

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS



## **ESTUDIO VIBROACÚSTICO DE UN PANEL SOLAR**

PROYECTO FIN DE CARRERA

Julio de 2014

Autor: D. Joseba García Echebarria

Directores: D. Marcos Chimeno Manguán

Dr. Wenceslao Barrera Herrero



Este documento se distribuye con las siguientes condiciones:

**Usted es libre de:**

- **Compartir** — copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato.
- **Adaptar** — remezclar, transformar y crear a partir del material.

para cualquier finalidad, incluso comercial.

El licenciador no puede revocar estas libertades mientras cumpla con los términos de la licencia.

**Bajo las condiciones siguientes:**

- **Reconocimiento** — Debe [reconocer adecuadamente](#) la autoría, proporcionar un enlace a la licencia e [indicar si se han realizado cambios](#). Puede hacerlo de cualquier manera razonable, pero no de una manera que sugiera que tiene el apoyo del licenciador o lo recibe por el uso que hace.
- **CompartirIgual** — Si remezcla, transforma o crea a partir del material, deberá difundir sus contribuciones bajo la misma licencia que el original.

[No hay restricciones adicionales](#) — No puede aplicar términos legales o medidas tecnológicas que legalmente restrinjan realizar aquello que la licencia permite.

Nota: El texto completo de la licencia se encuentra disponible [aquí](#).



(Imagen cortesía de Dutch Space)

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Placa plana/modelo de fluido</b>	<b>5</b>
<b>1.2</b>	<b>Gap de aire</b>	<b>6</b>
1.2.a	Estimación del efecto del gap en las frecuencias propias del sistema acoplado mediante un modelo unidimensional	8
<b>1.3</b>	<b>Panel solar</b>	<b>8</b>
1.3.a	Normalización de la respuesta	10
<b>1.4</b>	<b>Herramientas utilizadas</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>MODELOS ANALÍTICOS</b>	<b>13</b>
<b>2.1</b>	<b>Estructura</b>	<b>13</b>
2.1.a	Formulación	13
2.1.a.i	Autovalores y autovectores del problema estructural	13
2.1.a.ii	Masa modal efectiva	14
2.1.b	Amortiguamiento	15
<b>2.2</b>	<b>Fluido</b>	<b>15</b>
2.2.a	Masas virtuales	15
2.2.a.i	Formulación	16
2.2.b	Malla fluida	17
2.2.b.i	Formulación	17
(a)	Autovalores y autovectores del problema acoplado	19
2.2.c	Condiciones de contorno	20
2.2.c.i	Condición de contorno por defecto	20
2.2.c.ii	Amortiguamiento clásico	21
2.2.c.iii	Elementos infinitos	21
2.2.c.iv	Elementos de absorción	22
<b>2.3</b>	<b>Carga acústica</b>	<b>22</b>
2.3.a	Excitación directa de nodos fluidos	23
2.3.b	Monopolos	23
<b>2.4</b>	<b>Configuración del análisis</b>	<b>25</b>
<b>3</b>	<b>COMPARATIVA DE MODELOS DE FLUIDO EXTERNO</b>	<b>26</b>
<b>3.1</b>	<b>Modelo base</b>	<b>26</b>



3.1.a	Caracterización modal de la estructura	26
3.1.b	Respuesta a la carga dinámica	27
<b>3.2</b>	<b>Modelo con masas virtuales</b>	<b>28</b>
3.2.a	Caracterización modal de la estructura	28
3.2.b	Respuesta a la carga dinámica	29
<b>3.3</b>	<b>Modelo con fluido</b>	<b>31</b>
3.3.a	Caracterización modal de la estructura	31
3.3.b	Respuesta a la carga dinámica	34
<b>3.4</b>	<b>Modelo con fluido infinito</b>	<b>35</b>
1.1.a	Caracterización modal de la estructura	35
3.4.a	Respuesta a la carga dinámica	36
<b>3.5</b>	<b>Modelo con fluido y elementos de absorción</b>	<b>37</b>
3.5.a	Caracterización modal de la estructura	37
3.5.b	Respuesta a la carga dinámica	38
<b>3.6</b>	<b>Selección del modelo de fluido</b>	<b>40</b>
<b>4</b>	<b>COMPARATIVA DE MODELOS PARA EL GAP DE AIRE</b>	<b>46</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo de fluido</b>	<b>46</b>
4.1.a	Caracterización modal de la estructura	47
4.1.b	Respuesta a la carga dinámica	48
<b>4.2</b>	<b>Modelo de fluido infinito</b>	<b>49</b>
4.2.a	Caracterización modal de la estructura	49
4.2.b	Respuesta a la carga dinámica	50
<b>4.3</b>	<b>Modelo de fluido con elementos de absorción</b>	<b>51</b>
4.3.a	Caracterización modal de la estructura	51
4.3.b	Respuesta a la carga dinámica	51
<b>4.4</b>	<b>Selección del modelo de gap de aire</b>	<b>52</b>
<b>5</b>	<b>MODELO DE PANEL SOLAR</b>	<b>58</b>
<b>5.1</b>	<b>Directividad del campo</b>	<b>60</b>
<b>5.2</b>	<b>Medidas en los acelerómetros</b>	<b>61</b>
5.2.a	Panel superior	62

5.2.b	Panel central	64
5.2.c	Panel inferior	66
<b>5.3</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>68</b>
<b>6</b>	<b>APÉNDICES</b>	<b>70</b>
<b>6.1</b>	<b>Tiempos de cálculo</b>	<b>70</b>
6.1.a	Selección del modelo de fluido	70
6.1.b	Selección del modelo de <i>gap</i> de aire	71
6.1.c	Modelo de panel solar	72
<b>6.2</b>	<b>Respuesta en acelerómetros</b>	<b>73</b>
6.2.a	Panel superior	73
6.2.b	Panel central	79
6.2.c	Panel inferior	82
<b>7</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>88</b>

**Agradecimientos:**

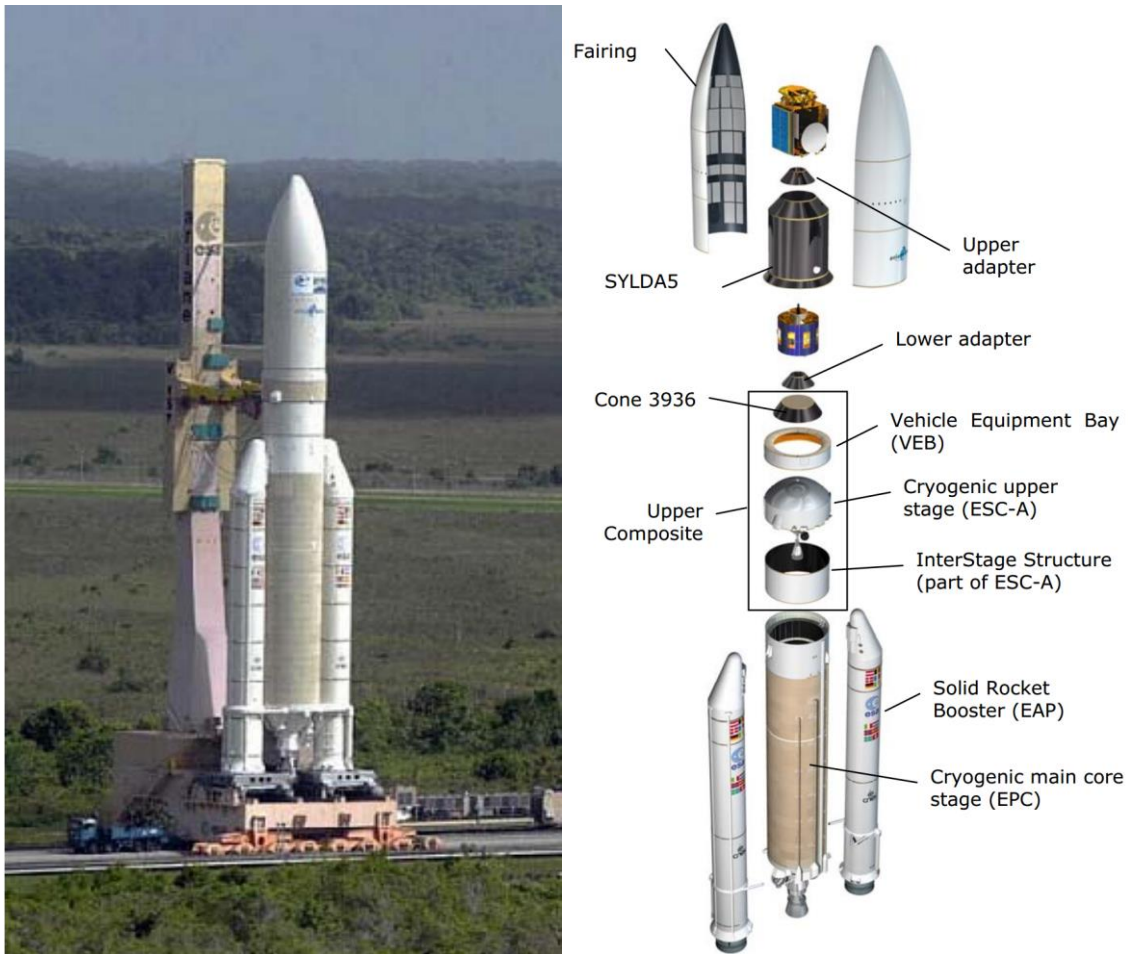
A Pili, mis padres, Marcos y Jesús.

## 1 Introducción

Las solicitaciones a las que serán sometidas las estructuras espaciales durante su vida útil son, en general, muy inferiores a las que habrá de soportar durante la fase de lanzamiento. Es por eso que éstas son las cargas dimensionantes una vez que la estructura se ha optimizado y aligerado. Las cargas críticas durante el lanzamiento generalmente son de una de las siguientes clases:

- Aquellas que provienen de las fuerzas de empuje de los motores y de presión del aire sobre la estructura externa del lanzador durante la fase atmosférica del lanzamiento. Estas cargas no sólo no serán constantes sino que no es posible determinar una función temporal que las describa siendo sólo posible dar una caracterización de las mismas. Son las que denominamos cargas acústicas.
- Aquellas cargas de choque que aparecen en la estructura como consecuencia de la activación de los dispositivos pirotécnicos necesarios para el despliegue de la carga de pago.

Durante la fase de lanzamiento, la carga de pago va alojada en la cofia del lanzador, tal y como se muestra en el Figura 1. Dadas las limitaciones de espacio impuestas por el reducido tamaño de la cofia, las partes protuberantes de la estructura deben ir plegadas y esto da lugar a una problemática interesante en sí misma al aparecer fenómenos cuya naturaleza es, en principio, ajena a la operación normal de la carga de pago durante su vida útil.

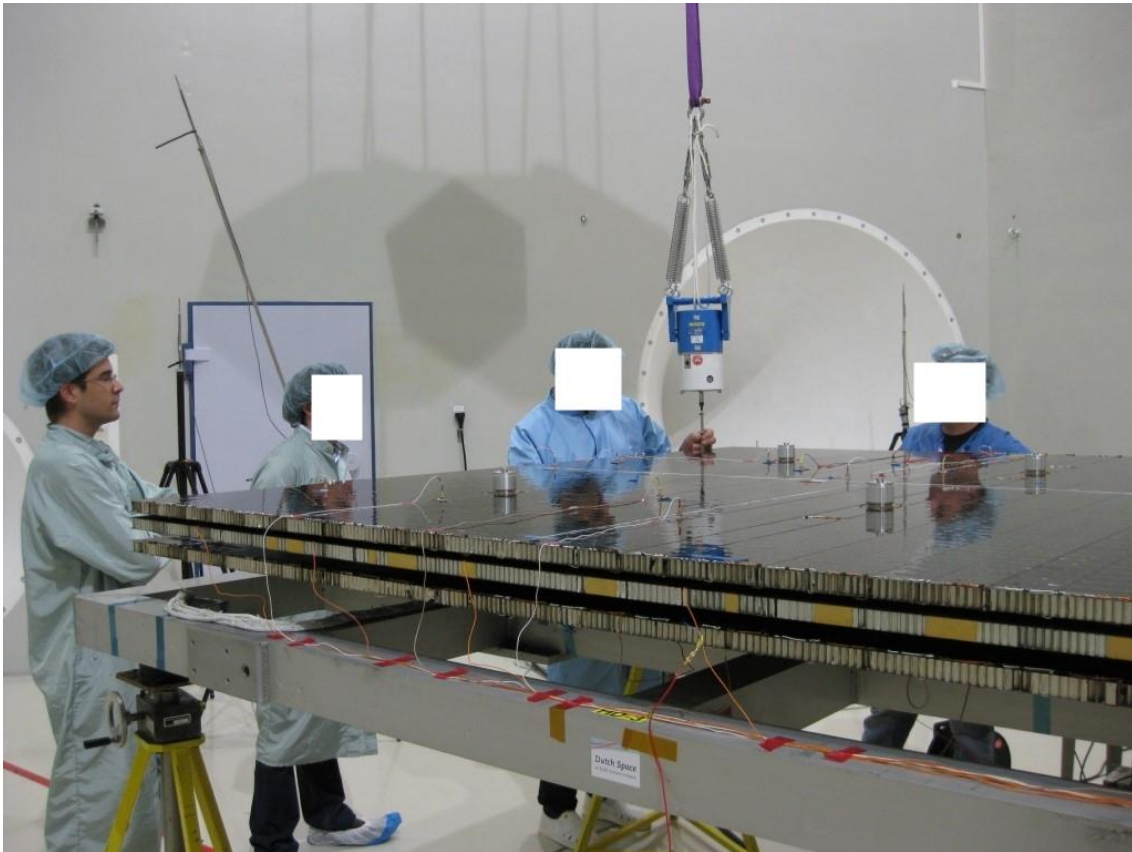


**Figura 1: Ubicación de la carga útil en el lanzador [1]**

Es el caso del problema sobre el que versa el presente proyecto. Se va a estudiar la respuesta de un modelo de prueba de un panel solar ante cargas de baja frecuencia (hasta 200Hz). El panel solar en cuestión es el ARA Mark 3, desarrollado por Dutch Space, del que posteriormente se derivó el modelo FRED, utilizado en el vehículo ATV de la ESA.

El modelo en cuestión se ensayó en las instalaciones del IABG cerca de Múnich a finales de Julio del año 2009 en una campaña de ensayos en la que el autor tuvo la oportunidad de participar. En dicha campaña de ensayos se realizaron dos tipos de ensayos con el *array*: de excitación forzada de la estructura mediante vibrador y excitación acústica en cámara reverberante. Es esta segunda excitación la que enlaza aquellos ensayos con el presente proyecto, ya que sus resultados se utilizan para correlar los modelos generados.

El modelo estructural utilizado en el presente proyecto es el mismo que se utilizó en la campaña de ensayos y está validado para el rango de frecuencias en estudio [3].



(Imagen cortesía de Dutch Space)

**Figura 2: El autor observando cómo se prepara un ensayo de excitación forzada sobre el espécimen cuyo modelo FEM se utiliza en este proyecto**

El estudio del problema se va a realizar en tres pasos:

- Selección de un modelo de fluido y una configuración de contorno para el mismo.

Para ello se dispondrá una placa plana homogénea de aluminio rodeada de distintos modelos de fluido a la que se excitará mediante carga puntual estructural y se estudiará la forma en que el modelo de fluido afecta a la respuesta de un nodo de respuesta de la propia placa.

En los modelos de fluido en los que tenga sentido, se variarán las condiciones de contorno del mismo con objeto de estudiar su efecto sobre la respuesta en la placa. Esto es importante porque el fenómeno que se quiere estudiar se asemeja a un fenómeno de radiación libre y, como se verá, las condiciones de contorno del fluido juegan un papel importante en la respuesta estructural del sistema.

- Selección de un modelo de fluido y una condición de contorno para el aire entre los paneles del *array*.

Existen dos caminos de carga principales entre los paneles: las uniones estructurales entre ellos y el aire atrapado entre placas (al cual se nombrará *gap* en el presente documento). En el presente proyecto se utiliza un modelo estructural validado contra ensayos, por lo que la segunda parte se centra en el modelado del *gap* de aire entre las placas,

Para poder representar con fidelidad el fenómeno físico de la transmisión de potencia entre las placas del panel solar es importante estudiar también las pérdidas que se producen por radiación hacia el exterior del sistema. Es por eso que en una segunda sección se estudia un modelo de dos placas homogéneas de aluminio (idénticas a las utilizadas en la primera sección) separadas una cierta distancia en cuyo *gap* se modela un fluido. A este fluido se le aplicarán distintas condiciones de contorno para evaluar el efecto de las pérdidas por radiación.

A una de las placas que conforman el modelo se le aplicará una excitación puntual y se estudiará la respuesta en desplazamientos de un nodo de la placa opuesta.

- Aplicación de lo aprendido al modelo de panel solar.

Con la configuración escogida para el fluido exterior y el *gap* se prepara un modelo acoplado fluido-estructural en base al modelo del *array* solar. Al sistema así configurado se le introduce una carga acústica que pretende replicar las condiciones ensayadas y se correlan los resultados con los experimentales.

Para la creación de los modelos numéricos de la estructura y el fluido se escoge el método de los elementos finitos. Se trata de un método ampliamente utilizado y con herramientas de alta calidad que permiten realizar análisis complejos con relativa sencillez. El método de los elementos finitos está considerado un método eficaz para predecir el comportamiento dinámico de estructuras para frecuencias bajas. Es un criterio aceptado que la densidad de malla debe ser tal que para el modo propio asociado a la mayor frecuencia propia del sistema de las que se vaya a estudiar haya seis elementos por longitud de onda<sup>1</sup>. Para altas frecuencias, este requisito de densidad de malla conlleva costes computacionales relativamente altos, lo que

---

<sup>1</sup> Se ha cuidado que en los modelos utilizados en el presente proyecto se cumpla este criterio.

aconseja utilizar formulaciones alternativas siempre que sea posible. Entre las formulaciones típicas utilizadas para el estudio de modelos en rangos de frecuencias con altas densidades modales destacan los métodos energéticos como SEA (*Statistical Energy Analysis*), EFEA (*Energy Finite Element Analysis*) y EBEA (*Energy Boundary Element Analysis*). En ellos se estudia el balance de potencias entre los distintos subsistemas que componen un sistema más complejo, en lugar de los desplazamientos para los nodos del sistema.

Se ofrecen a continuación algunos detalles de los distintos componentes que se utilizarán a lo largo del presente proyecto y su forma de modelado.

### 1.1 Placa plana/modelo de fluido

Para el estudio del modelo de aire y sus condiciones de contorno se requiere un modelo de placa plana.

Modelo de placa plana construida en aluminio de  $1m \times 0.5m$  y  $t = 3mm$  como se muestra en la Figura 3. Las propiedades empleadas para el aluminio están especificadas en la Tabla 1.

Propiedad	Valor
E (GPa)	70
$\nu$	0.3
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2700

Tabla 1: Propiedades del aluminio utilizadas en la definición de las placas isotrópicas

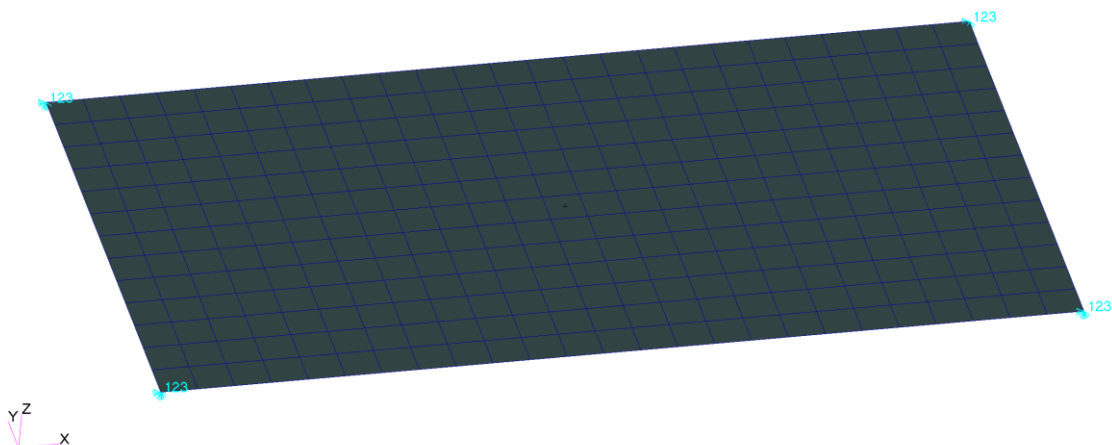


Figura 3: Configuración de la placa

La condición de contorno para la placa es de apoyo simple en sus cuatro vértices.



La estructura se excita con una carga dinámica puntual de forma:

$$\vec{F}(f) = -\vec{k} \quad \forall f \in [0; 500]$$

Se trata de escoger un nodo “anónimo” que no se encuentre en las líneas de simetría ni las diagonales de la placa, dado que en éstas se suelen encontrar las línea modales y excitar ahí llevaría a una respuesta incompleta de la placa, dado que si se colocara la carga en esos puntos, habría modos que no se estarían excitando.

Se escoge un nodo de medida de desplazamientos con un criterio similar al de la excitación, como muestra la Figura 4.

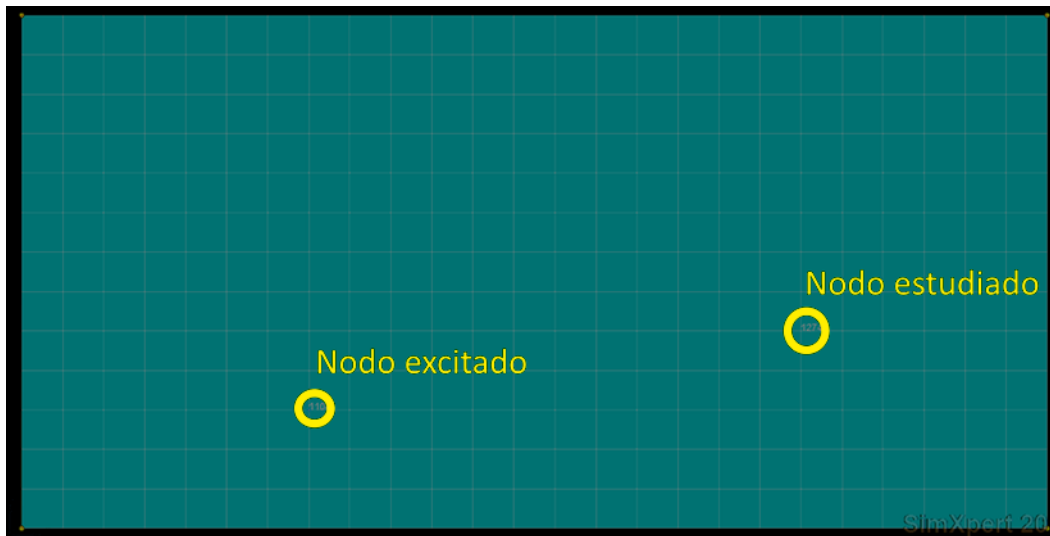


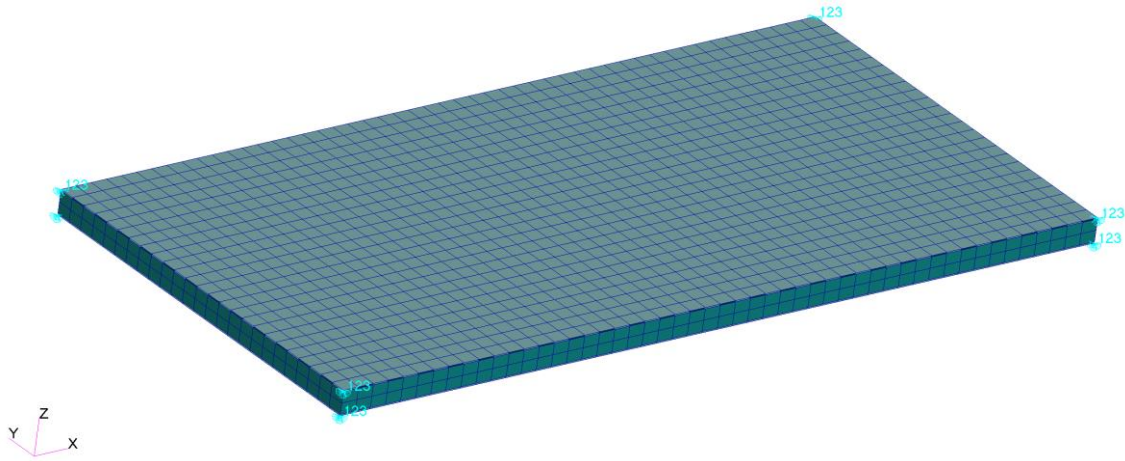
Figura 4: Posición del nodo excitado y del nodo cuya respuesta se estudia en la placa

## 1.2 Gap de aire

Para el estudio del *gap* de fluido, se disponen dos placas como las descritas en el apartado 1.1 separadas entre sí 3cm y no unidas estructuralmente entre sí, como muestra la Figura 5. El fluido a modelar es aire (dado que estamos tratando de estudiar un lanzamiento atmosférico en la Tierra) y sus propiedades se dan en la Tabla 2.

Propiedad	Valor
c (m/s)	340
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1.225
d (m)	0.03

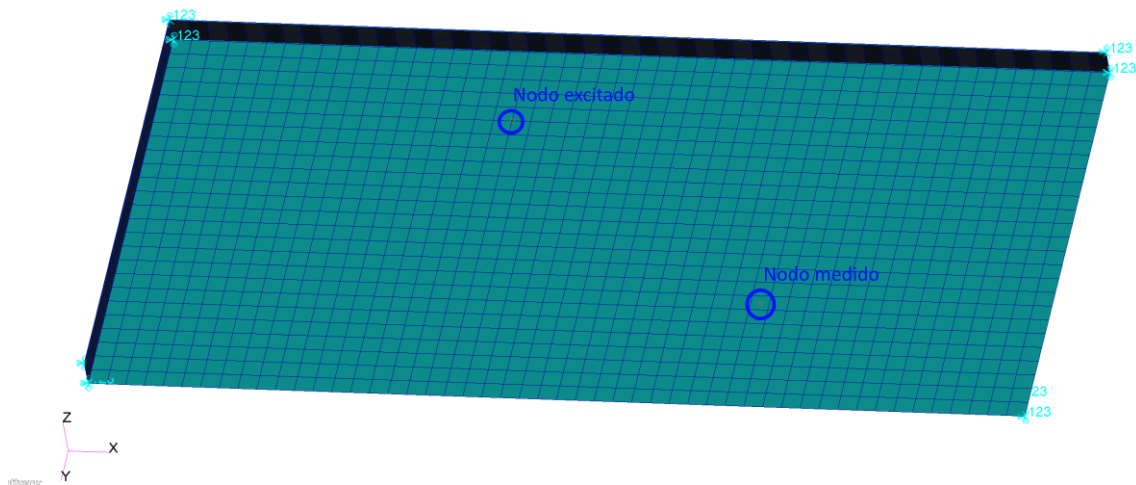
Tabla 2: Propiedades del aire



**Figura 5: Configuración de las dos placas con el hueco de aire**

La condición de contorno para la estructura es de apoyo simple en sus ocho vértices. Al igual que en el caso de la placa plana, se excita un nodo “anónimo” de una de las placas (emisora) y se estudia la respuesta en desplazamientos de otro nodo “anónimo” de la placa opuesta (receptora), como se muestra en la Figura 6. La excitación tiene por expresión:

$$\vec{F}(f) = -\vec{k} \quad \forall f \in [0; 500]$$



**Figura 6: Posición del nodo excitado y de aquel cuya respuesta se mide en las placas**

### 1.2.a Estimación del efecto del gap en las frecuencias propias del sistema acoplado mediante un modelo unidimensional

En [9] se describe de una forma cualitativa el comportamiento de un sistema constituido por dos placas planas y un gap de aire asimilándolo a un sistema unidimensional de masas y muelles como el mostrado en la Figura 7.

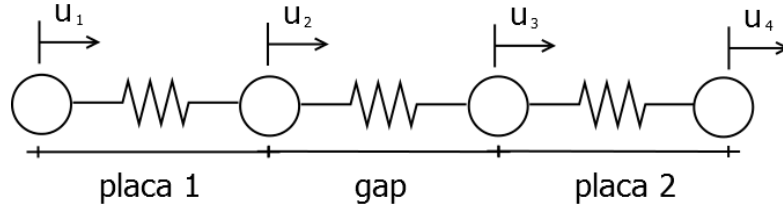


Figura 7: Diagrama de un sistema unidimensional con cuatro grados de libertad

En este sistema, cada placa está representada por dos masas unidas entre sí por un muelle (para representar la flexibilidad interna de la misma) y ambas se unen entre sí mediante un muelle, que representa el *gap* de aire.

De cara a ajustar los parámetros del sistema, se calcula la rigidez de los muelles (la masa viene dada) asociados a las placas de forma que la primera frecuencia propia coincida con la de la placa en cuestión.

De acuerdo con 10, se ajusta la rigidez del muelle representativo del fluido del gap de forma que su primera resonancia se encuentre en:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\rho c^2}{d} \frac{2}{m}}$$

Donde  $\rho$  es la densidad del aire,  $c$  es la velocidad del sonido en el fluido en cuestión,  $m$  es la masa de cada una de las placas y  $d$  es la distancia entre ellas.

De esta forma, es posible obtener una estimación de las frecuencias propias del sistema acoplado en base a parámetros sencillos.

Para el *gap* de aire que nos ocupa, imponiendo que la primera resonancia de la placa se obtiene en 6.8Hz (apartado 3.1.a ), las tres primeras frecuencias propias del sistema acoplado resultan 4.8Hz, 6.8Hz y 42.1Hz.

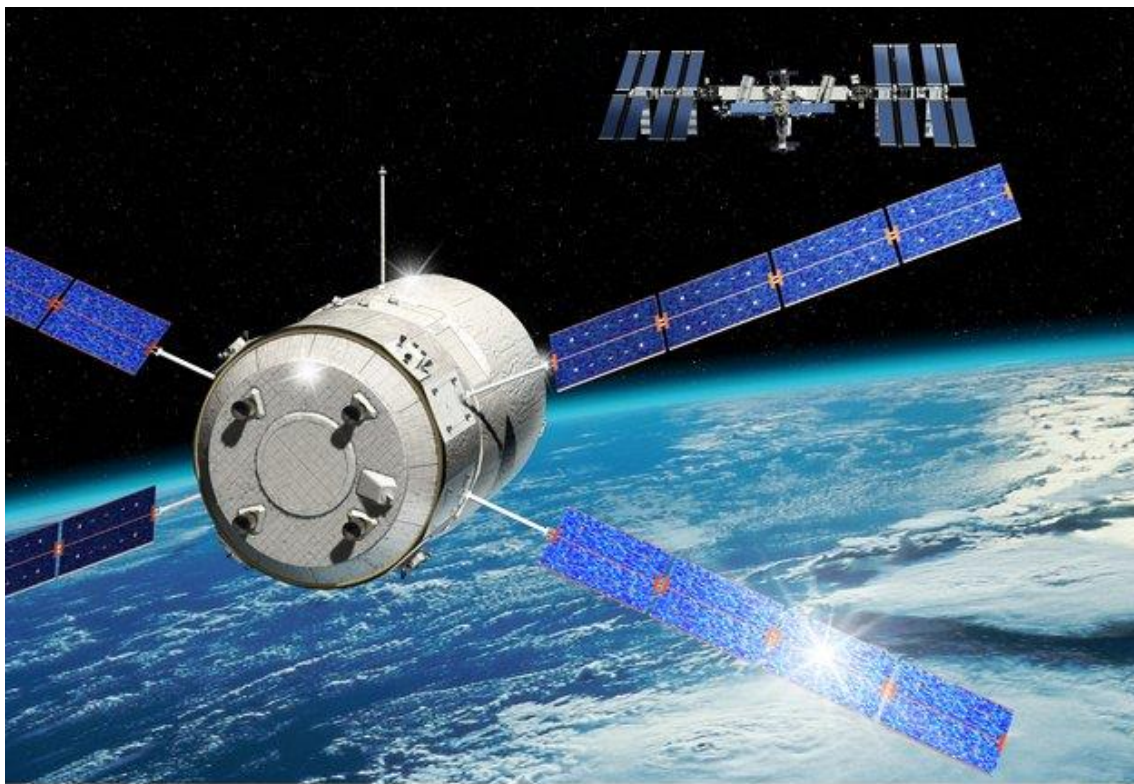
En los apartados 4.1 , 4.2 y 4.3 se comparan los resultados obtenidos con esta predicción.

### 1.3 Panel solar

Una vez elegida la configuración que se considere más representativa del fenómeno físico en estudio, se aplicará al modelo de panel solar mostrado en la Figura 2.

Se trata de un modelo de un *array* de paneles solares diseñado y construido por Dutch Space llamado ARA Mark 3 (*Advanced Rigid Array*) cuyo modelo de elementos finitos está validado contra ensayos para el rango de frecuencias en estudio [3]. El modelo está construido en CFRP y la estructura interna de los paneles está construida con núcleo de panel de abeja de aluminio. La masa completa del modelo son  $58.5\text{kg}$  y las dimensiones en planta de cada uno de los paneles rectangulares son  $2.25 \times 2.736\text{m}$ .

A este panel se le introducirá una carga acústica representativa del fenómeno físico a estudiar y se estudiará su respuesta con respecto a ensayos realizados en cámara reverberante en las instalaciones del IABG, cerca de Múnich.



**Figura 8:** Imagen artística de un vehículo ATV en las cercanías de la estación espacial internacional. El diseño de los paneles del ATV derivó del diseño en estudio

En el modelo creado tal y como se describe en el apartado 1.2 , el único camino de carga entre ambas placas es el aire encerrados entre ellas, lo cual no es totalmente coherente con el fenómeno físico que se quiere simular: el panel solar está completamente rodeado por aire, lo cual tiene dos consecuencias importantes:

- Existen pérdidas de potencia por radiación de potencia hacia el exterior.  
En el apartado 4 se consideran varias opciones para las condiciones de contorno de forma que se tenga en cuenta esta circunstancia.

- Aparece un nuevo camino para la carga acústica.

En el sistema físico la potencia se transmitirá entre placas:

- A través del *gap* de aire.

El apartado 4 se dedica al estudio de las opciones de modelado existentes para el *gap* de aire.

- Indirectamente

Dado que el fluido externo y el *gap* de aire se encuentran conectados, aparece una nueva forma de transmisión de potencia por la cual las placas externas del panel pueden radiar potencia hacia el exterior del sistema y parte de ésta puede reintroducirse al *gap*.

Será, pues, importante desarrollar una metodología que pueda reproducir este fenómeno de cara a reproducir el fenómeno físico.

### 1.3.a Normalización de la respuesta

La forma en que se va a analizar la respuesta del panel solar es normalizando la respuesta de los acelerómetros y los nodos de posiciones asociadas con la carga medida en los micrófonos/nodos acústicos.

La magnitud que se va a comparar entre los resultados experimentales y numéricos es:

$$r = \frac{ASD \left( g^2 / Hz \right)}{PSD \left( Pa^2 / Hz \right)}$$

Donde:

- *ASD* es la densidad espectral de la aceleración. En el campo de la frecuencia se puede expresar en función de las aceleraciones o de los desplazamientos del punto en cuestión como:

$$ASD \left( g^2 / Hz \right) = \frac{\left( a(f) / 9.81 \right)^2}{\Delta f} = \frac{\left( \omega^2 u(f) / 9.81 \right)^2}{\Delta f}$$

- *PSD* es la densidad espectral de potencia. Para el caso que nos ocupa se obtiene a partir de las medidas RMS de presión como:

$$PSD \left( Pa^2/Hz \right) = \frac{p(f)^2}{\Delta f}$$

- $\Delta f$  el ancho de banda, que para nuestro caso será constante e igual a  $2Hz$ , dada que es la resolución de la que se disponen medidas experimentales.

En el caso experimental, las medidas de presión se toman de una serie de micrófonos situados alrededor del espécimen durante el ensayo, mientras que las aceleraciones se toman directamente de 55 acelerómetros uniaxiales colocados en las placas como se muestra en la Figura 50.

Para el caso numérico las medidas de presión son resultado del problema de elementos finitos para la malla acústica, mientras que las aceleraciones se derivan de los desplazamientos de los nodos más cercanos a las posiciones de los acelerómetros del ensayo.

Se utiliza la relación  $r$  dado que se considera que las aceleraciones del sistema son proporcionales a la fuerza que se le aplica y, por tanto, a la presión que recibe el sistema.

#### 1.4 Herramientas utilizadas

En la elaboración del presente proyecto se han utilizado las siguientes herramientas:

- MSC Nastran 2013.1

Las últimas versiones de MSC Nastran (a partir de la versión 2012.2) incluyen nuevas capacidades para el modelado de problemas acústicos.

Algunas de estas características son las que se han utilizado en el presente documento.

- Patran 2012/SimXpert 2013

Las herramientas gráficas de pre y post-proceso de modelos simplifican de forma notable la creación de los modelos a estudiar.

Por desgracia, las últimas versiones de los dos principales entornos de trabajo de MSC Software incluyen o bien soporte muy limitado o no soportan en absoluto las características acústicas presentes en las últimas versiones de Nastran, de forma que se han utilizado sobre todo en el mallado de la parte estructural del problema y la malla de fluido, pero no en el establecimiento de las condiciones de contorno.

- Python 3.3

A lo largo del presente se han desarrollado herramientas *ad-hoc* para la gestión de modelos y facilitar tanto el preproceso como el postproceso de los modelos.

La inmensa mayoría de estas herramientas se han escrito utilizando Python 3.3, Numpy 1.8.1 y matplotlib 1.3.1.

## 2 Modelos analíticos

### 2.1 Estructura

#### 2.1.a Formulación

La ecuación que describe el comportamiento de un sistema estructural tomando como incógnitas sus desplazamientos es [4]:

$$[M_s]\{\ddot{u}\} + [B_s]\{\dot{u}\} + [K_s]\{u\} = \{P_s\}$$

Donde:

- $[M_s]$  es la matriz de masas del sistema
- $[B_s]$  es la matriz de amortiguamiento del sistema
- $[K_s]$  es la matriz de rigidez del sistema
- $\{P_s\}$  es la matriz columna de fuerzas directamente aplicadas sobre el sistema
- $\{u\}$ ,  $\{\dot{u}\}$  y  $\{\ddot{u}\}$  son las matrices columna de desplazamiento, velocidad y aceleración de los grados de libertad del sistema.

#### 2.1.a.i Autovalores y autovectores del problema estructural

Una buena forma de caracterizar la estructura es mediante sus modos y frecuencias propias. Éstas son propias del sistema estudiado, sus condiciones de contorno y su discretización. Para obtenerlas, imponemos una solución armónica en la forma  $u_i = u_{i,0}e^{i\omega t}$ , la ecuación que describe el problema estructural. Para un sistema no forzado queda:

$$-\omega^2 \cdot e^{i\omega t}[M_s]\{u_0\} + i\omega \cdot e^{i\omega t}[B_s]\{u_0\} + e^{i\omega t}[K_s]\{u_0\} = \{0\}$$

O, de forma más compacta:

$$e^{i\omega t}([K_s] + i\omega[B_s] - \omega^2[M_s])\{u_0\} = \{0\}$$

Para que el sistema de ecuaciones matricial tenga solución distinta de la trivial, se debe cumplir que:

$$|[K_s] + i\omega[B_s] - \omega^2[M_s]| = 0$$

Los valores de  $\omega^2$  que hacen que se cumpla la citada relación son los autovalores del problema.

Para cada uno de esos valores, existirá un vector de desplazamientos generalizados  $\{\phi_i\}$  asociado que cumpla la ecuación del problema:

$$([K_s] + i\omega[B_s] - \omega_i^2[M_s])\{\phi_i\} = \{0\}$$

Que son los autovectores del problema y a los que llamamos modos propios.



Para un problema con  $n$  grados de libertad, tendremos  $n$  autovalores y autovectores asociados, que conformarán la base modal. Tanto los autovalores como los autovectores son propios de la estructura, sus condiciones de contorno y su discretización y, por tanto, no dependen de la carga aplicada, de forma que se pueden utilizar para caracterizar la estructura.

La base modal cumplirá que los autovectores que la conforman son ortogonales entre sí y por tanto se pueden tomar como base del espacio vectorial de las deformadas de la estructura. Esta es la metodología que se sigue en el análisis modal, aunque el presente estudio se hace tomando como grados de libertad los desplazamientos generalizados de los nodos asociados a la discretización de la estructura.

### 2.1.a.ii *Masa modal efectiva*

En el apartado anterior se han calculado los modos propios para un sistema estructural de  $n$  grados de libertad. Como se ha dicho, es posible describir de forma genérica el estado dinámico de la estructura como una combinación lineal de los modos propios del sistema. En particular, para un desplazamiento como sólido rígido  $D_R$  se puede poner:

$$D_R = \Phi\{\varepsilon\}$$

Donde  $\Phi$  es la matriz que contiene todos los modos propios del sistema y  $\{\varepsilon\}$  es un vector de factores de escala (las coordenadas en el espacio modal).

Llamamos masa de sólido rígido al producto de pre y postmultiplicar la matriz de masas por un desplazamiento  $D_R$  unitario como sólido rígido:

$$M_r = D_R^T M D_R$$

Luego:

$$M_r = \{\varepsilon\}^T \Phi^T M \Phi \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}^T M_m \{\varepsilon\}$$

$M_m$  es la matriz de masa modal generalizada, que será diagonal. Es, por tanto, posible separar la contribución al movimiento como sólido rígido de cada uno de los modos, de forma que llamamos masa modal efectiva a la relación:

$$m_{ef,i} = \frac{\varepsilon^2 M_{m,i}}{M_r}$$

Donde  $M_{m,i}$  representan el término en la fila  $i$  de la matriz  $M_m$ .

La masa modal efectiva representa la responsabilidad de cada modo en el desplazamiento como sólido rígido en la dirección que se haya elegido. Es por eso

que en el apartado 3 se utiliza para comparar cuáles son los armónicos que más responsabilidad tienen en el desplazamiento perpendicular a la dirección de la placa.

### **2.1.b Amortiguamiento**

Para la estructura se ha introducido un amortiguamiento estructural del 2% sobre el valor crítico. A falta de un valor procedente de la experimentación, es un valor bastante característico en el proceso de modelado estructural.

## **2.2 Fluido**

Para el modelado del fluido se han elegido dos de las opciones que Nastran permite:

1. El método de las masas virtuales: basado en la metodología de los elementos de contorno y que está indicada para fluido incompresible en casos de radiación libre o con superficies libres.
2. Métodos acoplados fluido-estructurales: basados en FEM, donde el fluido se malla y ha de compartir interfaz con la estructura. En su definición, los nodos acústicos y estructurales han de ser distintos pero las interfaces han de coincidir en el espacio para que Nastran pueda detectar el acoplamiento.

### **2.2.a Masas virtuales**

Nastran incluye una modelización para fluidos infinitos que crea una matriz de masas que se acopla con la estructural. Esta modelización está indicada para:

1. Fluidos infinitos que rodean parte de una estructura.
2. Un fluido con una superficie libre contenido por una estructura flexible
3. Combinaciones de los anteriores.

Para el método de las masas virtuales, se desprecian los efectos de la gravedad y compresibilidad del fluido.

Con las formulaciones de fluido basadas en FEM, el coste computacional crece con el tamaño de la malla de fluido que se construye, mientras que con el método de las masas virtuales, el coste crece con el área mojada. El coste computacional crece más rápido para la malla fluida tridimensional que en el caso de malla bidimensional, haciendo que la principal ventaja de este método sea su menor coste computacional.

Por sus características, el método de las masas virtuales está indicado para regiones infinitas o semi-infinitas y, por tanto, no se explora su viabilidad como alternativa en el modelado del gap de aire entre placas.

### 2.2.a.i Formulación

El método utilizado por Nastran para resolver las ecuaciones de Laplace para el fluido se basa en el método de Hemholtz por el cual se distribuyen una serie de fuentes en el contorno exterior del dominio en estudio [5]. Haciendo coincidir los desplazamientos supuestamente conocidos en el contorno con los causados por las fuentes se puede obtener un sistema matricial lineal que permite resolver las magnitudes de las mismas. Los valores de las fuentes determinan la presión efectiva y, por tanto, las cargas sobre la estructura.

Combinando estos pasos se puede obtener una matriz de masas virtuales como se describe más adelante.

Si  $\sigma_j$  es el valor de una fuente (caudal por unidad de área) en la posición  $\vec{r}_j$  y se supone que actúa sobre un área  $A_j$ , la velocidad  $\vec{u}_i$  es otra posición  $\vec{r}_i$  será:

$$\vec{u}_i = \sum_j \int \frac{\sigma_j \cdot \vec{e}_{ij}}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2} dA_j$$

Donde

$$\vec{e}_{ij} = \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}$$

Mientras que la ecuación en presiones es:

$$p_i = \sum_j \int \frac{\rho \cdot \dot{\sigma}_j \cdot \vec{e}_{ij}}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} d\vec{A}_j$$

El resultado de integrar ambas ecuaciones para cada uno de los puntos de las superficies “mojadas” por el fluido se combina en dos matrices  $[\chi]$  y  $[\Lambda]$ :

$$\{\dot{u}\} = [\chi]\{\sigma\}$$

$$\{F\} = [\Lambda]\{\dot{\sigma}\}$$

Para obtener la matriz  $[\Lambda]$  es necesario integrar la ecuación en presiones así como las presiones sobre la superficie para obtener el vector de fuerzas.

Combinando ambas expresiones es posible obtener la matriz de masas virtuales:

$$\{F\} = [\Lambda][\chi]^{-1}\{\ddot{u}\} = [M^f]\{\ddot{u}\} \rightarrow [M^f] = [\Lambda][\chi]^{-1}$$

Nótese que en la integración hemos supuesto que la densidad del fluido es constante y, por tanto, la formulación desarrollada es sólo válida en régimen incompresible.

### 2.2.b Malla fluida

En este caso, el dominio fluido es finito y es necesario discretizarlo espacialmente por completo para poder obtener una solución al problema acoplado fluido-estructural.

A pesar de incurrir en un coste computacional y de modelado mucho mayor que con el método de las masas virtuales, este método permite conocer el campo de presiones del fluido allá donde se ha discretizado.

A la hora de resolver las ecuaciones acústicas, Nastran asume que tratamos con fluido incompresible cuyos desplazamientos son pequeños. Los términos convectivos son, así mismo, despreciados de las ecuaciones y se asume que existe una relación lineal entre presión y densidad.

#### 2.2.b.i Formulación

Al igual que la estructura, el fluido debe estar discretizado espacialmente. Mientras que en el caso de la malla estructural se definen seis desplazamientos generalizados como los seis grados de libertad en cada nodo, en el caso de la malla fluida se definirá un único grado de libertad para los nodos: la presión [7].

Operando con las ecuaciones de Euler y continuidad se llega [7] a una expresión en la forma:

$$[M_f]\{\ddot{p}\} + [K_f]\{p\} - [A]^T\{\ddot{u}_s\} = \{0\}$$

Donde:

- $[M_f]$  es la matriz de masas del sistema.

$$[M_f] = \int \frac{1}{\beta} \{N_f\} \{N_f\}^T dV$$

- $[K_f]$  es la matriz de rigidez del sistema:

$$[K_f] = \int \frac{1}{\rho_f} \{\nabla N_f\} \{\nabla N_f\}^T dV$$

- $[A]$  es la matriz de acoplamiento fluido-estructural.

$$[A]^T = \int \{N_f\} \{N_s\}^T dS$$

- $[N_f]$  es una matriz con una única fila con las funciones de forma de la presión, de forma que la presión en cada punto se pueda obtener a partir de las presiones en los nodos  $\{p\}$  como:

$$p = [N_f]\{p\}$$

- $[N_s]$  es una matriz con las funciones de forma de los desplazamientos de los nodos estructurales, de forma que el desplazamiento de cada punto del dominio sólido se puede obtener a partir de los desplazamientos de los nodos  $\{u\}$  como:

$$u = [N_s]\{u\}$$

- $\beta$  es la compresibilidad del fluido:

$$\beta = -V \frac{dP}{V} = \rho c^2$$

Si introducimos los términos asociados a las cargas y la impedancia acústica en las paredes, la relación anterior queda:

$$[M_f]\{\ddot{p}\} + [B_f]\{\dot{p}\} + [K_f]\{p\} - [A^T]\{\ddot{u}_s\} = \{P_f\}$$

Donde:

- $[B_f]$  es la matriz de impedancia en el acoplamiento fluido-estructural
- $\{P_f\}$  es la matriz columna que contiene la carga acústica

La presión del fluido sobre la estructura crea términos de tracción/succión en la forma:

$$\{F_s\} = \int [N_s]^T \{\Phi\} dS$$

La tracción  $\{\Phi\}$  se puede poner en función de la presión en la superficie como:

$$\{\Phi\} = -p\{C\}$$

Donde  $\{C\}$  es el vector normal a la superficie, de forma que:

$$\{F_s\} = - \int [N_s]^T p\{C\} dS = - \int \{N_s\} \{N_f\}^T dS \cdot \{p\} = -[A]\{p\}$$

Podemos introducir esta fuerza en la expresión del comportamiento de la estructura:

$$[M_s]\{\ddot{u}_s\} + [B_s]\{\dot{u}_s\} + [K_s]\{u_s\} = \{P_s\} - [A]\{p\}$$

Las ecuaciones del fluido y la estructura se pueden combinar para obtener:

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ -A^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_s & 0 \\ 0 & B_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & A \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_s \\ P_f \end{Bmatrix}$$

De forma que se obtiene un sistema de ecuaciones acoplado entre el comportamiento del fluido y la estructura. Dado que el sistema es asimétrico es posible definir una variante del mismo en el que define un potencial de la velocidad,  $q$ , definido como:

$$p = \dot{q}$$

Y un vector  $G$  dado por:

$$G = - \int_0^t P_f(\tau) d\tau$$

Quedando un sistema simétrico:

$$\begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & -M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_s & A \\ A^T & -B_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_s \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & -K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_s \\ G \end{Bmatrix}$$

La solución de este sistema de ecuaciones está dada en función de  $u_s$  y  $q$ , de forma que para recuperar el campo de presiones, se impone una solución armónica en la forma  $q = Q_0 e^{i\omega t}$ . La integral de fuerzas queda  $\int Q_0 e^{i\omega \tau} d\tau = G_0 / (i\omega) e^{i\omega t}$ . La presión se recupera conocido el potencial de presiones  $p = i\omega q$ .

(a) Autovalores y autovectores del problema acoplado

De forma análoga a como hemos hecho en el caso estructural, es posible obtener los autovalores y autovectores del problema acoplado, y de la misma forma servirán para caracterizar el sistema.

Para un sistema no forzado en el que suponemos unos desplazamientos generalizados armónicos en la forma:

$$\begin{Bmatrix} u_s \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{s,0} e^{i\omega t} \\ Q_0 e^{i\omega t} \end{Bmatrix}$$

Quedará:

$$e^{i\omega t} \left( \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & -K_f \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} B_s & A \\ A^T & -B_f \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & -M_f \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} u_{s,0} \\ Q_0 \end{Bmatrix} = \{0\}$$

Para obtener una solución al vector de desplazamientos distinta de la trivial, habrá de darse:

$$\left\| \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & -K_f \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} B_s & A \\ A^T & -B_f \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & -M_f \end{bmatrix} \right\| = 0$$

Lo cual, para un sistema de  $n$  grados de libertad, arrojará los  $n$  autovalores  $\omega_i^2$ , para los cuales se obtendrán los  $n$  modos propios del problema acoplado fluido-estructural:

$$\left( \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & -K_f \end{bmatrix} + i\omega_i \begin{bmatrix} B_s & A \\ A^T & -B_f \end{bmatrix} - \omega_i^2 \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & -M_f \end{bmatrix} \right) \{\phi_i\} = \{0\}$$

Estos autovalores y autovectores serán, en general, distintos de los obtenidos para el problema puramente estructural y, de nuevo, son función del sistema en consideración, sus condiciones de contorno y su discretización, de forma que se pueden utilizar para caracterizar el sistema.

Los autovectores, al ser ortogonales, pueden formar base de un espacio vectorial de dimensión  $n$  para los desplazamientos generalizados. Esta es la base de los métodos modales, que no se exploran en el presente documento.

Por otra parte, la presencia de términos cruzados en  $A$  y  $A^T$  en el segundo término de la ecuación para los autovalores del problema acoplado es la responsable de que –incluso cuando no se introduce explícitamente un amortiguamiento al modelo– los autovalores del problema estén en el campo complejo.

Esto significa que independientemente de que se introduzca amortiguamiento directamente modelado o no, la presencia de acoplamiento fluido-estructural siempre amortiguará la respuesta.

### 2.2.c Condiciones de contorno

A continuación se hace un resumen de las condiciones de contorno para el fluido que se han utilizado en el trabajo. Éstas se establecen bien para tratar de simular las pérdidas por radiación.

#### 2.2.c.i Condición de contorno por defecto

La condición de contorno por defecto para la superficie libre del fluido en Nastran es la de pared rígida, de forma que se aproxime a la condición de gradiente de presiones normal a la pared nulo.

En caso de que el fluido esté acoplado con estructura flexible o se aplique alguna carga directamente sobre el mismo, la condición de contorno variará para adecuarse a la nueva configuración.

### 2.2.c.ii Amortiguamiento clásico

La forma clásica de implementar el amortiguamiento en modelos FEM con Nastran se basaba en conectar elementos de tipo muelle ( $CELAS_i$ ) a los nodos del contorno a puntos  $SPOINT$  como se muestra en la Figura 9.

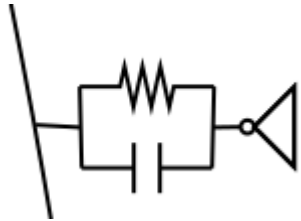


Figura 9: Esquema de condición de contorno amortiguada para el fluido

Una vez establecida esta condición para los nodos del contorno del fluido, se plantea la necesidad de establecer los valores de la rigidez y el amortiguamiento para los muelles del contorno. En caso de disponer de medidas experimentales, es posible comparar los registros de micrófonos cercanos a la estructura con la respuesta dada por Nastran en nodos cercanos a la posición de esos micrófonos, de cara a realizar un proceso iterativo que lleve a obtener unos valores de las propiedades en los muelles que produzcan una respuesta simulada similar a la experimental.

### 2.2.c.iii Elementos infinitos

Los elementos infinitos se introdujeron en MSC Nastran versión 2012.2 y hacen uso de la formulación para elementos infinitos del software para vibroacústica Actran de Free Field Technologies.

Los elementos infinitos permiten no solo simular la condición de radiación libre imponiendo una condición de no reflexión en los elementos del contorno de la malla sino también obtener una medida para la potencia total radiada por el modelo en estudio y la respuesta en nodos acústicos fuera del dominio acústico mallado (aunque deben estar dentro de los elementos infinitos definidos).

Para la definición del elemento infinito, se necesita un polo y un elemento de una dimensión inferior a la del elemento que se pretenda construir. El elemento aparecerá implícitamente al proyectar el polo sobre el elemento de la base, como se muestra en la Figura 10. Para evitar posibles solapes entre elementos infinitos, Nastran impone la condición de que los dominios mallados sean convexos. Como condición adicional, se impone que la normal del elemento apunte hacia el exterior del dominio.



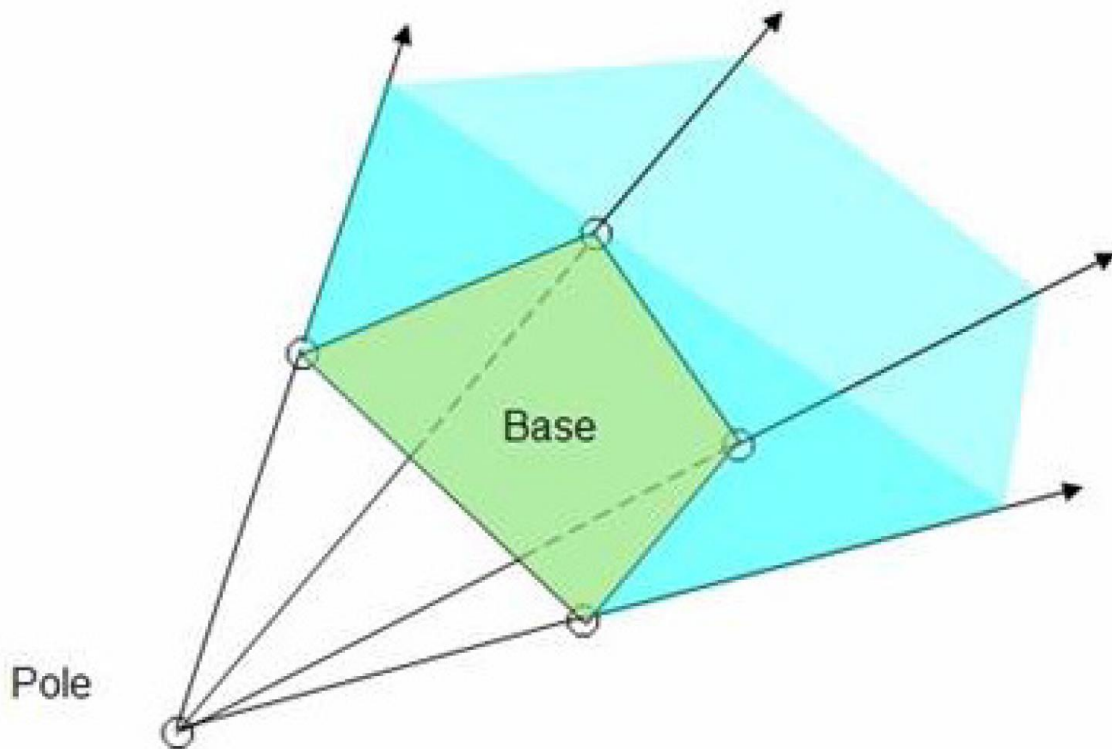


Figura 10: Definición de un elemento infinito en base a su polo y un elemento de base

Dentro del elemento infinito, la presión se desarrolla como una serie de potencias en  $\frac{1}{r}$ , siendo  $r$  la distancia al polo. El orden de interpolación radial es el número de términos que se retendrán en esa serie y, por tanto, tendrá un impacto importante en el coste computacional de la solución.

#### 2.2.c.iv Elementos de absorción

Los elementos de absorción son elementos sólidos orientados en principio a simular aislamientos acústicos (espumas, fieltros...). Para la definición de estos elementos, se deben introducir parámetros que son función de la frecuencia y que Nastran utiliza para obtener elementos muelle y amortiguador en paralelo equivalentes, de forma análoga a lo descrito en el apartado 2.2.c.iii [7].

La gran dificultad con este tipo de modelización es que los valores de estos parámetros se han de obtener experimentalmente. A falta de esos valores se han dado parámetros obtenidos de la documentación y los ejemplos de Nastran.

### 2.3 Carga acústica

El tipo de carga acústica que se pretende estudiar es un campo difuso, que el INCE-USA (*Institute for Noise Control Engineering*) define como “un campo acústico cuya

*presión cuadrática media es homogénea espacialmente y equiprobable en todas direcciones” [2].*

Se trata de una carga estocástica que carece de direccionalidad muy utilizada en el ámbito espacial para estudiar la respuesta de las estructuras a las solicitaciones acústicas a las que está sometida durante la fase atmosférica del lanzamiento.

En el presente documento se discuten dos formas de introducción de carga acústica: excitación directa de la malla fluida y carga con monopolos.

### **2.3.a Excitación directa de nodos fluidos**

Es posible introducir la carga en forma de perturbación forzada en el grado de libertad de la malla acústica para una nube de puntos alrededor del modelo. Idealmente esos puntos estarán a una distancia relativamente grande del mismo de tal forma que la directividad de la carga total disminuya, pero el coste computacional de tener una malla fluida de gran tamaño limita el tamaño del modelo.

La intensidad de la excitación habrá de calibrarse en base a medidas experimentales de presión en las cercanías del modelo. En caso de no disponer de medidas experimentales, puede optar por normalizar la respuesta numérica con la excitación aplicada.

### **2.3.b Monopolos**

Los monopolos son puntos pulsantes que radian potencia en todas las direcciones del espacio por igual con una intensidad que depende de la frecuencia.

La intensidad de la fuente ( $Q$ ) se relaciona con la potencia radiada por la expresión:

$$Q = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{8\pi c P(f)}{\rho}}$$

Al igual que en el caso de la perturbación forzada en los nodos acústicos, los monopolos habrían de colocarse idealmente a una distancia suficientemente grande y en un número y disposición tales que se pierda la direccionalidad de la carga.

Para poder calibrar la intensidad de las fuentes es preciso, de nuevo, comparar las medidas en nodos acústicos cercanos a la estructura con las obtenidas por simulación.

En el caso del presente documento, las cargas acústicas se disponen en un elipsoide en torno a la estructura de ecuación:

$$\begin{cases} x = x_0 + 2.1 \cos u \sin v \\ y = y_0 + 1.5 \sin u \sin v \\ z = z_0 + 2.1 \cos v \end{cases}$$

$x_0$ ,  $y_0$  y  $z_0$  se introducen para compensar el hecho de que el centro del modelo no está ubicado en el origen del sistema de coordenadas en el que se define el elipsoide.

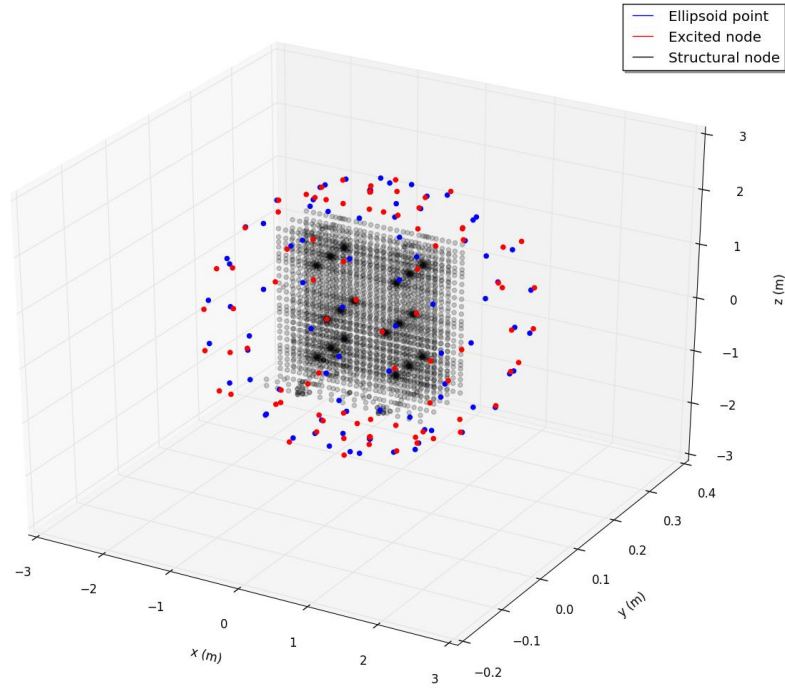
Los monopolos se disponen en el espacio para valores de  $u_i$  y  $v_i^2$  según:

$$u_i = i \cdot \frac{2\pi}{10} \quad \forall i \in [1, 9] \mid i \in \mathbb{N}$$

$$v_i = i \cdot \frac{\pi}{10} \quad \forall i \in [1, 10] \mid i \in \mathbb{N}$$

La Figura 11 muestra en azul los puntos así definidos y en rojo los nodos de la malla más cercanos a éstos, que son en los que se han dispuesto las fuentes acústicas.

Ellipsoid vs. excited point



**Figura 11: Ubicación de los nodos excitados y de los puntos escogidos del elipsoide en relación con la estructura**

<sup>2</sup> Se han introducido 82 monopolos. En la industria acústica que usa BEM para simular el fluido lo habitual es usar 26 ondas planas. Las ondas planas son el equivalente de los monopolos cuando éstos están suficientemente alejados de la estructura

## **2.4 Configuración del análisis**

El análisis de la respuesta del modelo ante la carga aplicada se hará en el dominio de la frecuencia, en coordenadas físicas y con ancho de banda constante de 1Hz para la selección del modelo y de 2Hz para el modelo de panel solar.

Se ha elegido utilizar un ancho de banda mayor en el caso del panel solar por ser la resolución con la que se dispone de resultados experimentales.

En algunos modelos se ha hecho también un análisis de modos propios para caracterizar el efecto del modelo que se esté utilizando.

### 3 Comparativa de modelos de fluido externo

#### 3.1 Modelo base

El modelo base se muestra en la Figura 12. Se trata de un modelo puramente estructural que se tomará como referencia para comparar los distintos modelos de fluido. Las condiciones de contorno son de apoyo simple en las esquinas y se ha cargado con una carga vertical unitaria en el dominio de la frecuencia entre 0 y 500Hz.

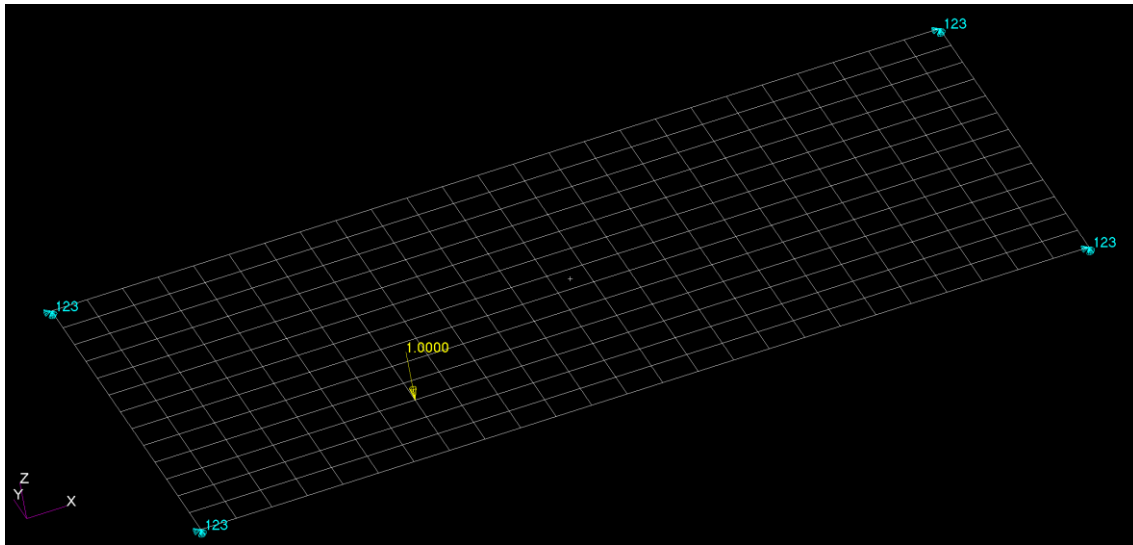


Figura 12: Modelo base, con las condiciones de contorno en las esquinas

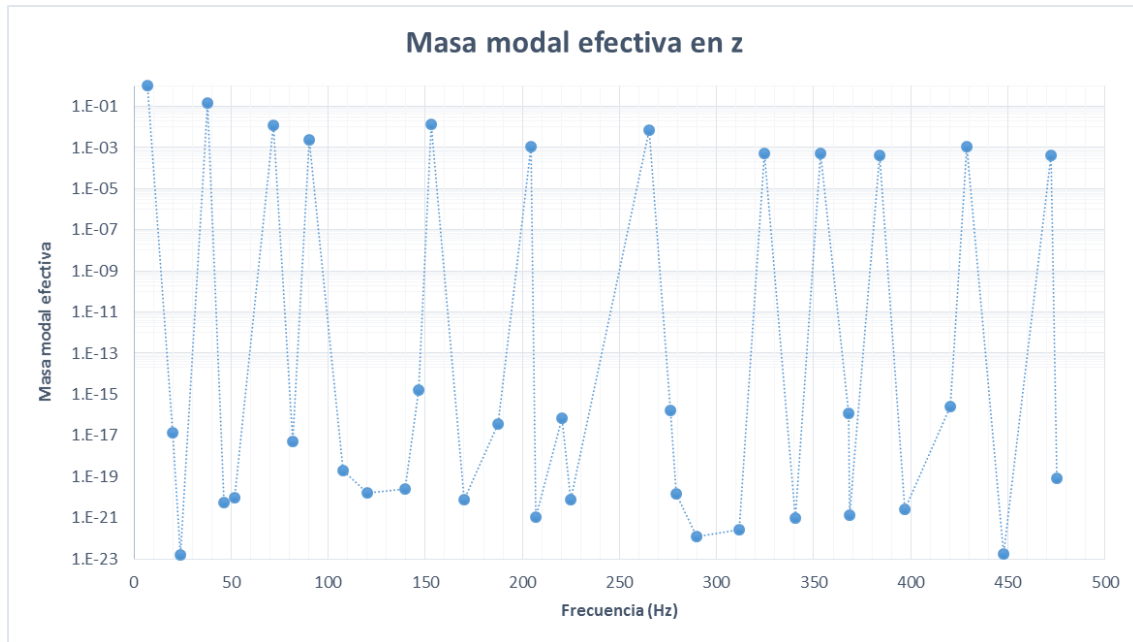
##### 3.1.a Caracterización modal de la estructura

La Tabla 3 muestra las frecuencias propias (de aquellas en el rango 0-500Hz) cuyos modos asociados tienen una fracción de masa modal superior a  $10^{-3}$ . Se representan únicamente éstos dado que acumulan el 97.4% de la fracción de masa modal. Es decir: son los modos que más influyen en la respuesta del sistema al ser excitados.

Modo	Frecuencia (Hz)	Fracción de masa modal
1	6.8	8.35E-01
4	38.0	1.28E-01
14	153.2	1.11E-02

Tabla 3: Modos con fracción de masa modal efectiva mayor que  $10^{-3}$

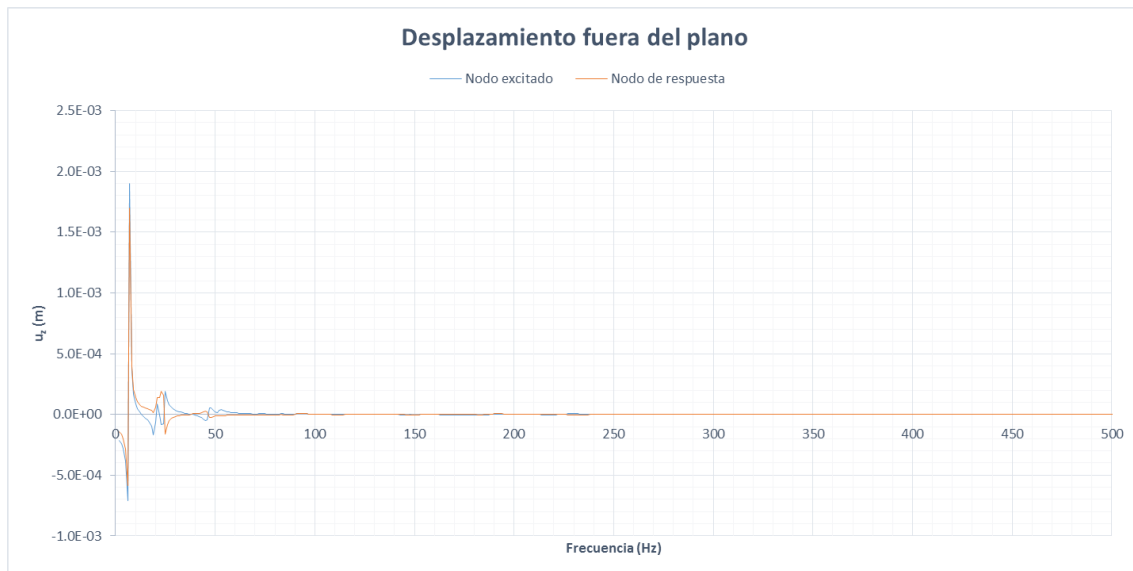
La Figura 13 muestra la masa modal efectiva para los modos hasta 500Hz. Estos modos agrupan el 99.5% de la masa modal efectiva de la estructura para el desplazamiento en la dirección perpendicular a la placa.



**Figura 13: Masa modal efectiva (normalizada) para el desplazamiento en la dirección perpendicular a la placa**

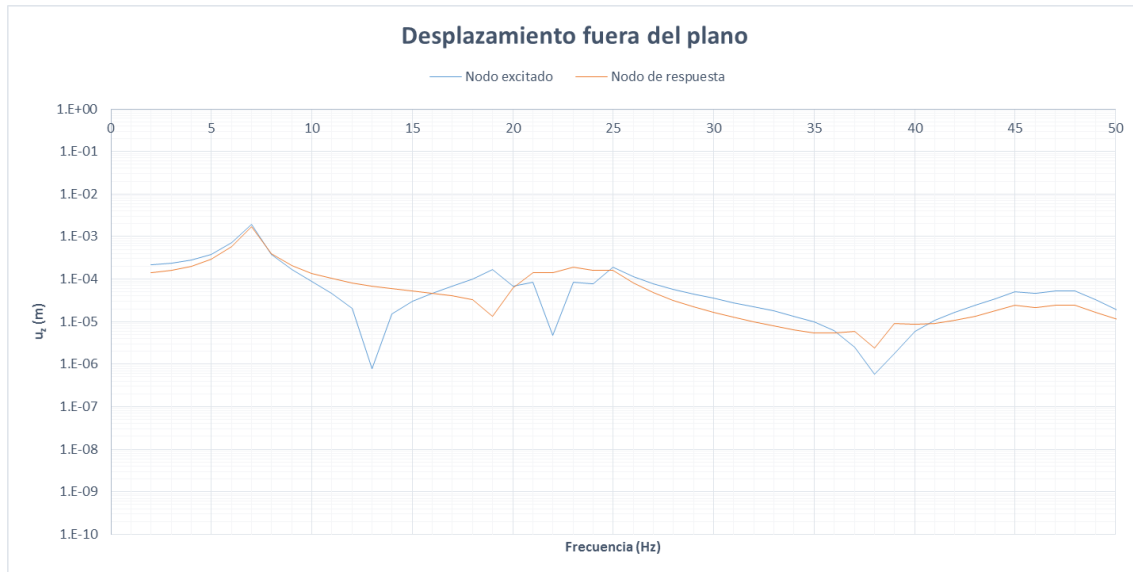
### 3.1.b Respuesta a la carga dinámica

La Figura 14 muestra la función de transferencia del nodo excitado y del nodo estudiado.



**Figura 14: Desplazamiento fuera del plano para el nodo excitado y el nodo de respuesta para el modelo de referencia**

La Figura 15 muestra un detalle de la Figura 14 para frecuencias entre 0 y 50Hz.



**Figura 15: Detalle de la función de transferencia para el nodo excitado y el nodo de respuesta para el modelo de referencia**

### 3.2 Modelo con masas virtuales

El modelo base es similar al mostrado en la Figura 12, pero se ha añadido un modelo de fluido con masas virtuales. Las condiciones de contorno son de apoyo simple en las esquinas y se ha cargado con una carga unitaria entre 0 y 500Hz.

#### 3.2.a Caracterización modal de la estructura

La Tabla 4 muestra las frecuencias propias (de aquellas en el rango 0-500Hz) cuyos modos asociados tienen una fracción de masa modal superior a  $10^{-3}$ . Se representan únicamente éstos porque son los que tienen una masa modal efectiva mayor y, por tanto, más influyen en la respuesta dinámica de la estructura.

El hecho de introducir masas virtuales en el modelo tiene dos efectos:

- Las frecuencias propias de los modos se reducen, como era de esperar<sup>3</sup>
- La importancia relativa de los modos como responsables del desplazamiento fuera del plano varía, si bien lo hace para armónicos con fracción de masa modal pequeña

<sup>3</sup> La frecuencia propia para un modelo masa-muelle de un grado de libertad es  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{J}}$ . No es una regla directamente aplicable a modelos de varios grados de libertad pero sí que sirve como guía cualitativa para prever qué le ocurrirá a un sistema físico cuando se le añada masa o se incremente su rigidez

Modo	Frecuencia (Hz)	Fracción de masa modal
1	6.7	8.39E-01
4	37.5	1.25E-01
7	71.1	9.45E-03
9	89.4	1.98E-03
14	152.0	1.08E-02
21	263.7	5.80E-03

Tabla 4: Modos con fracción de masa modal efectiva mayor que  $10^{-3}$

La Figura 14 muestra la masa modal efectiva para los modos hasta 500Hz. Estos modos agrupan el 99.6% de la masa modal efectiva de la estructura para el desplazamiento en la dirección perpendicular a la placa. Esta gráfica se muestra junto con la gráfica análoga para el modelo base. La diferencia a simple vista entre ellas es pequeña, pero sí se aprecian ciertas diferencias cuando la gráfica se representa en escala logarítmica.

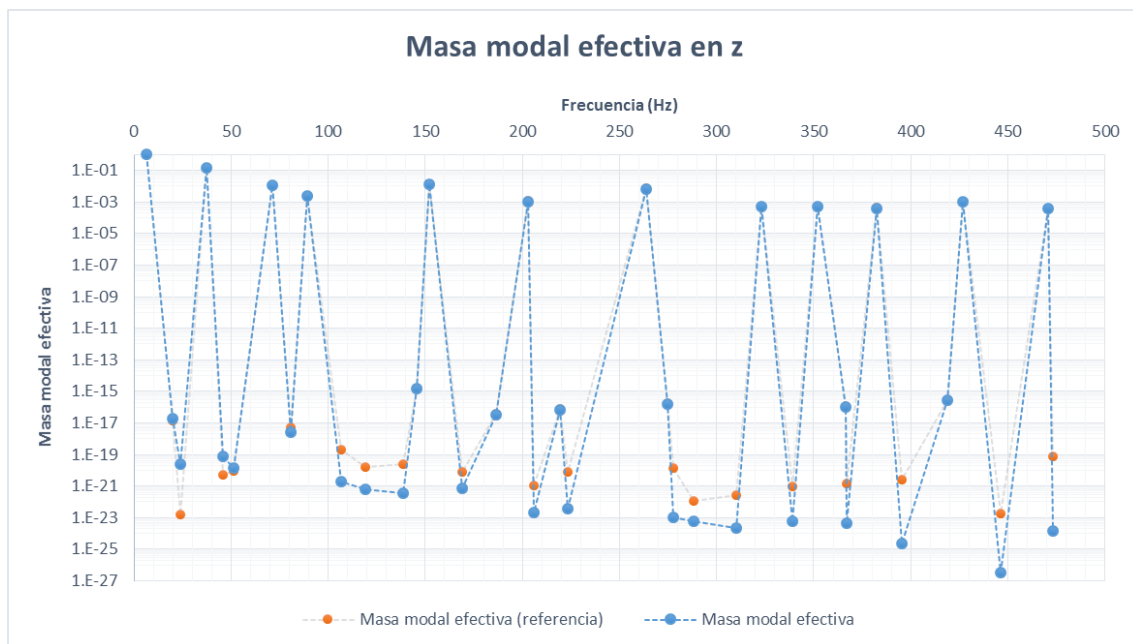
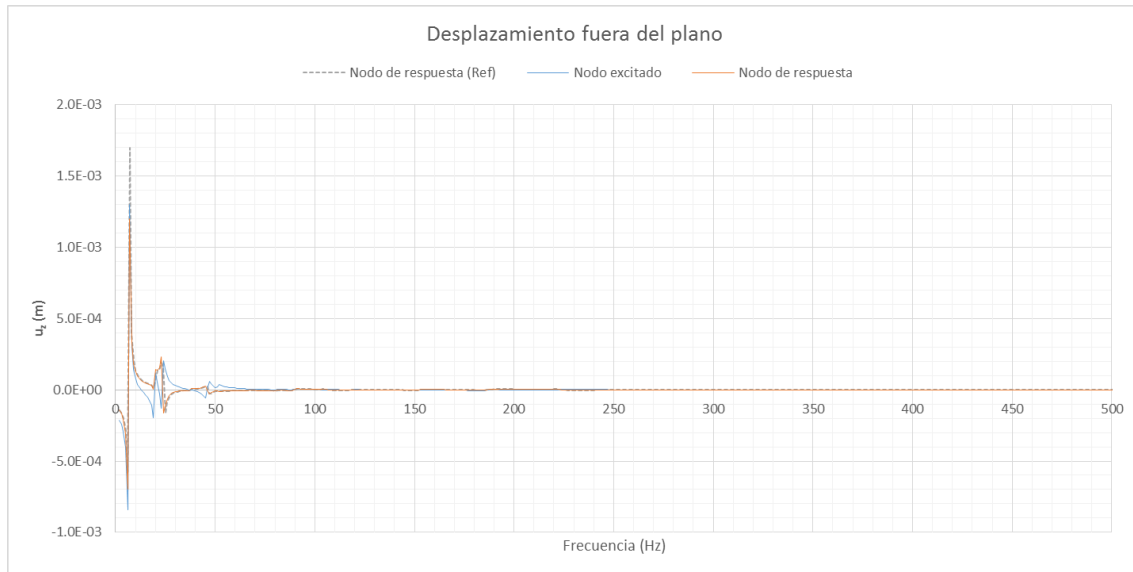


Figura 16: Masa modal efectiva (normalizada) para el desplazamiento en la dirección perpendicular a la placa para el modelo de masas virtuales

### 3.2.b Respuesta a la carga dinámica

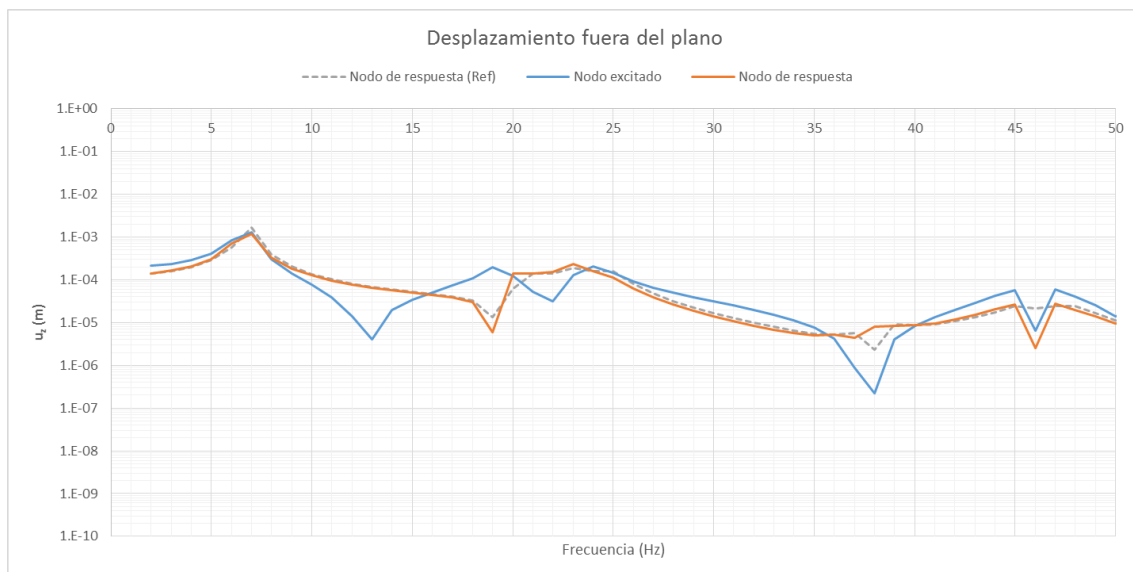
La Figura 17 muestra la respuesta en frecuencia para el nodo excitado y el nodo de respuesta. También muestra punteada la respuesta para el nodo de respuesta del modelo base, como referencia.





**Figura 17: Desplazamiento fuera del plano para el nodo excitado y el nodo de respuesta para el modelo de masas virtuales**

La Figura 18 muestra un detalle de la Figura 17 entre 0 y 50Hz, junto con la respuesta del nodo



**Figura 18: Detalle del desplazamiento fuera del plano para el nodo excitado y el nodo de respuesta para el modelo de masas virtuales**

Si bien el desplazamiento fuera del plano para el nodo de respuesta se reduce aproximadamente un 30% por el amortiguamiento resultante de añadir aire al sistema, la respuesta de la placa es sustancialmente similar a la de aquél.

### 3.3 Modelo con fluido

La Figura 19 muestra el modelo de la placa con la malla de fluido a su alrededor. El modelo de placa es idéntico al utilizado en el caso base. La condición de contorno para la estructura es la de apoyo simple en las esquinas.

Para la malla de acústica que se encuentra rodeando la placa, la condición de contorno por defecto es la de gradiente de presión nulo (condición de pared).

La estructura se carga de forma análoga a como se ha hecho en los casos anteriores y se estudia la respuesta en un nodo análogo.

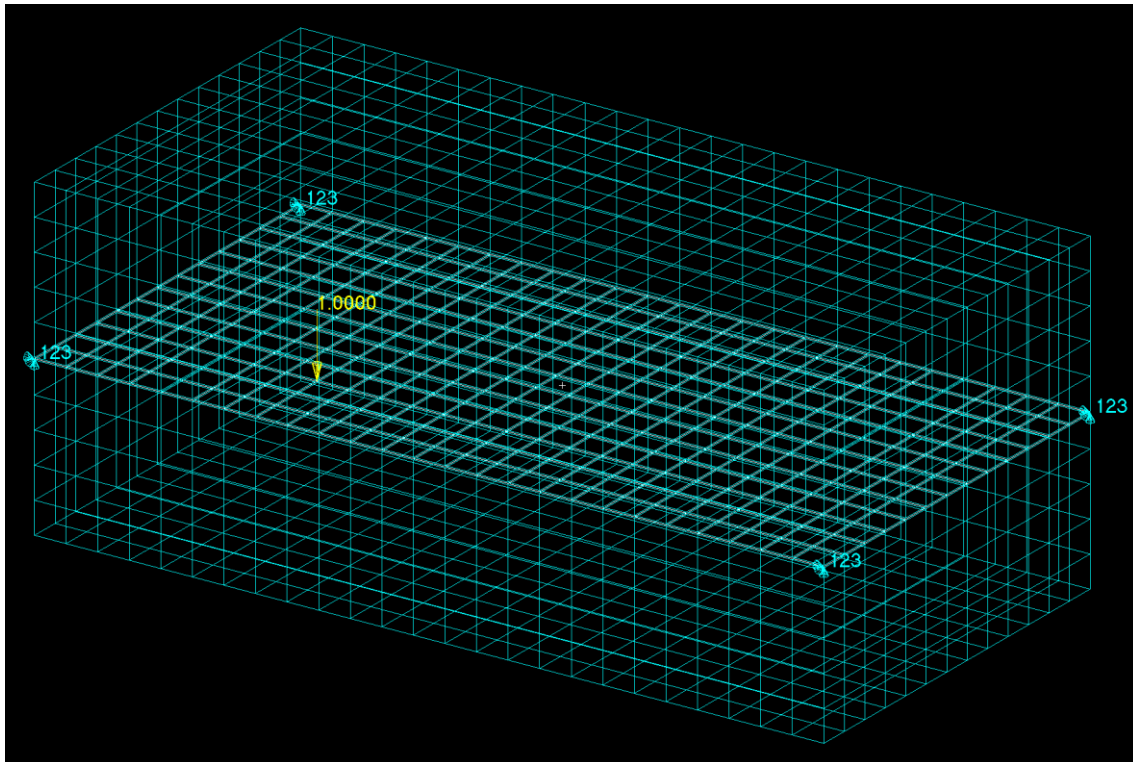
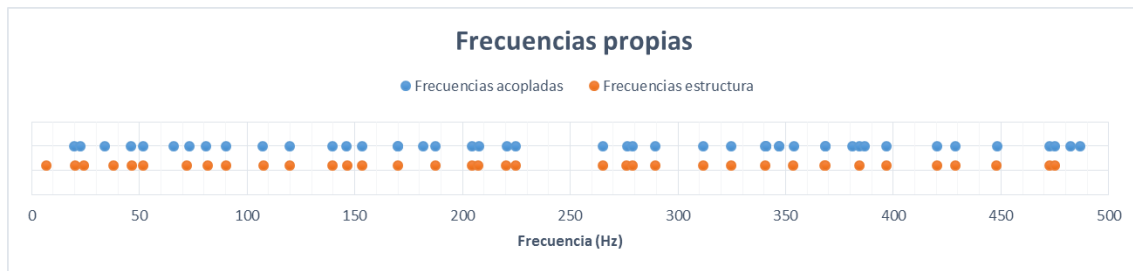


Figura 19: Modelo de estructura acoplado con fluido

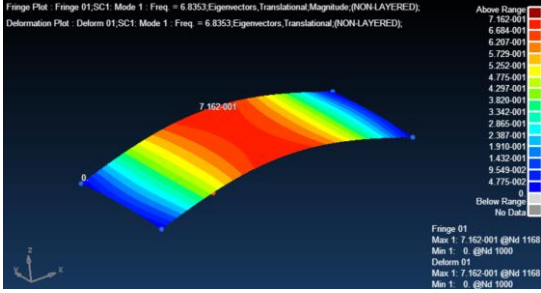
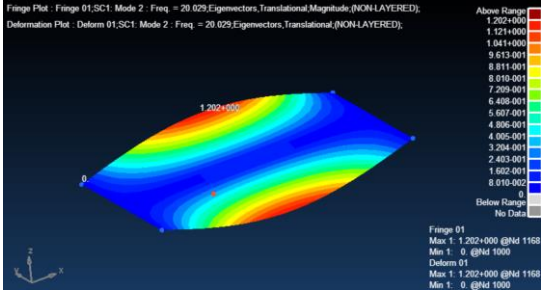
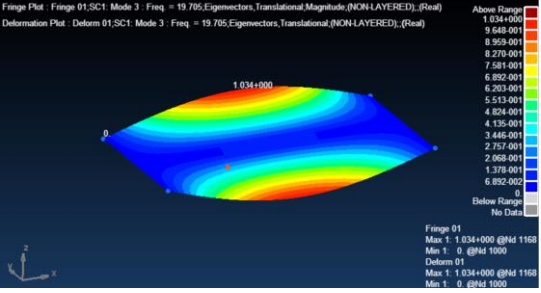
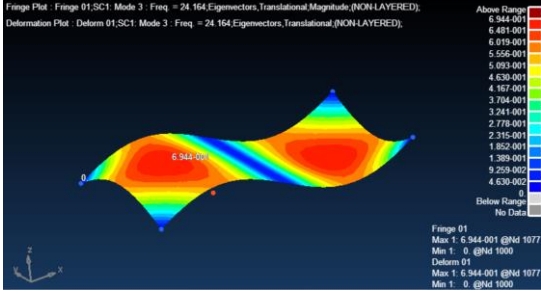
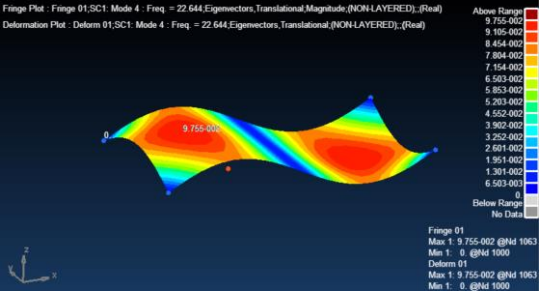
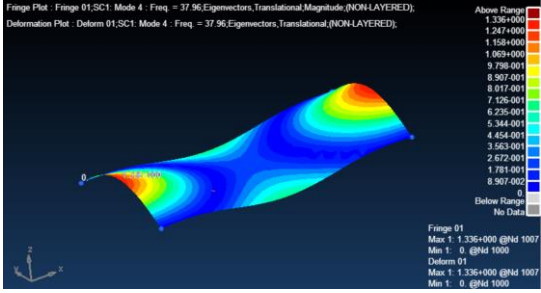
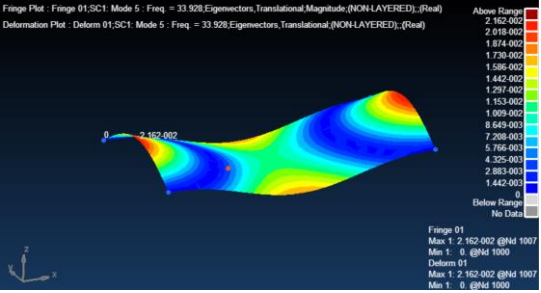
#### 3.3.a Caracterización modal de la estructura

La Figura 20 muestra la distribución de las frecuencias propias del problema acoplado fluido-estructural en el rango de las frecuencias de estudio. Muestra también la distribución de las frecuencias propias puramente estructurales, como referencia.



**Figura 20: Distribución de los modos propios complejos en el dominio de la frecuencia para el modelo con fluido**

Como se puede observar, la presencia de fluido tiene un efecto importante en la respuesta modal de la placa al eliminar varios modos e introducir otros nuevos. La siguiente tabla identifica modos del problema estructural con modos del problema acoplado:

Modos estructurales	Modos acoplados
<p>6.8Hz: Modo a flexión</p> 	<p>No presente</p>
<p>20.029Hz: Modo a torsión</p> 	<p>19.705Hz: Modo a torsión</p> 
<p>24.164Hz: Modo a flexión</p> 	<p>22.644Hz: Modo a flexión</p> 
<p>37.96Hz: Modo a flexión</p> 	<p>33.93Hz: Modo a flexión</p> 

Es llamativo que la presencia del fluido elimine el armónico a 6.8Hz.

Su presencia tiene, además, un efecto sobre las propias frecuencias, reduciéndolas.

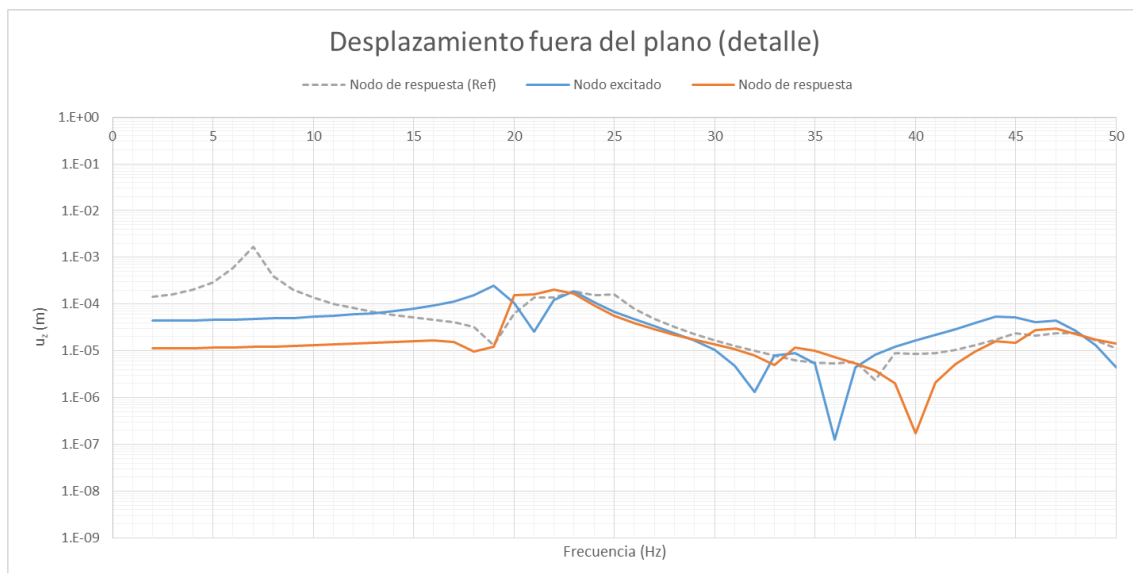
### 3.3.b Respuesta a la carga dinámica

La Figura 21 muestra la respuesta en frecuencia para el nodo excitado y el nodo de respuesta. También muestra punteada la respuesta para el nodo de respuesta del modelo base, como referencia.



**Figura 21: Desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido**

La Figura 22 muestra un detalle de la Figura 21 para frecuencias entre 0 y 50Hz.



**Figura 22: Detalle del desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido**

La presencia de una malla acústica acoplada con la estructural altera sensiblemente la configuración modal del sistema en estudio.

Por una parte la introducción de la malla acústica introduce 11 nuevos modos propios en el sistema, pero por otra elimina el armónico en torno a 7Hz, que era el dominante para el caso puramente estructural con cerca de un 83% de masa modal efectiva para el desplazamiento fuera del plano. Éste es, en principio, un efecto indeseado: buscamos amortiguar la respuesta de la placa, pero no eliminar el armónico principal por completo.

### 3.4 Modelo con fluido infinito

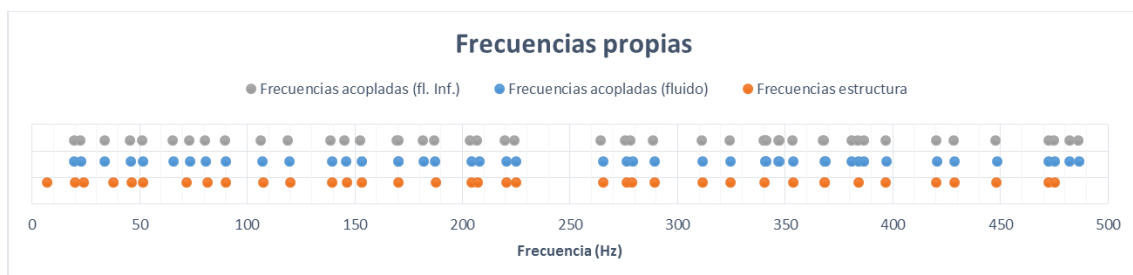
El modelo con fluido infinito es similar al mostrado en la Figura 19. El modelo de placa es idéntico al utilizado en el caso base. La condición de contorno para la estructura es la de apoyo simple en las esquinas.

Para la malla acústica que se encuentra rodeando la placa se ha dispuesto una envoltura de elementos bidimensionales de tipo CACINF4 para tratar de simular la condición física de radiación libre. Como polo se ha tomado el centro de la placa y se ha tomado 8 como orden de interpolación radial.

La estructura se carga de forma análoga a como se ha hecho en los casos anteriores y se estudia la respuesta en un nodo análogo.

#### 1.1.a Caracterización modal de la estructura

La Figura 23 muestra la distribución de las frecuencias propias del problema acoplado fluido-estructural en el rango de las frecuencias de estudio para el caso de condición de contorno por defecto y el caso con radiación libre. Muestra también la distribución de las frecuencias propias puramente estructurales, como referencia.



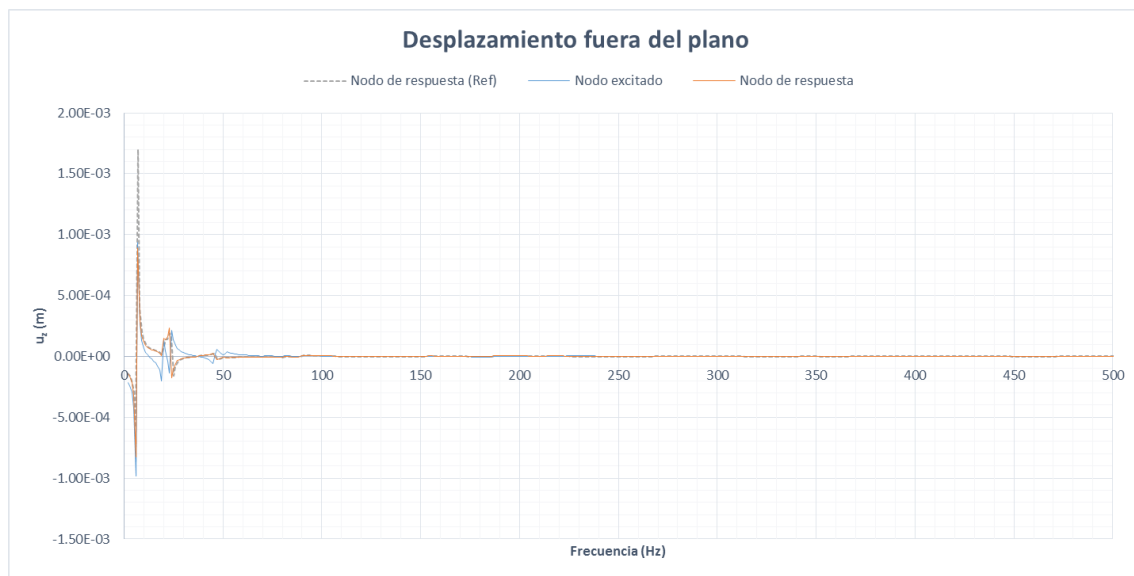
**Figura 23: Distribución de los modos propios complejos en el dominio de la frecuencia para el modelo con fluido infinito**

La distribución de frecuencias propias mostrada en la Figura 23 es llamativa en el sentido de que Nastran proporciona los mismos modos propios para el sistema acoplado fluido-estructural con condición de contorno de pared que con condición

de contorno de fluido infinito. Se han probado distintos esquemas numéricos para la extracción de las frecuencias propias y todas arrojan el resultado mostrado, dando a entender que Nastran no tiene en cuenta esta condición de contorno en el cálculo de la base modal.

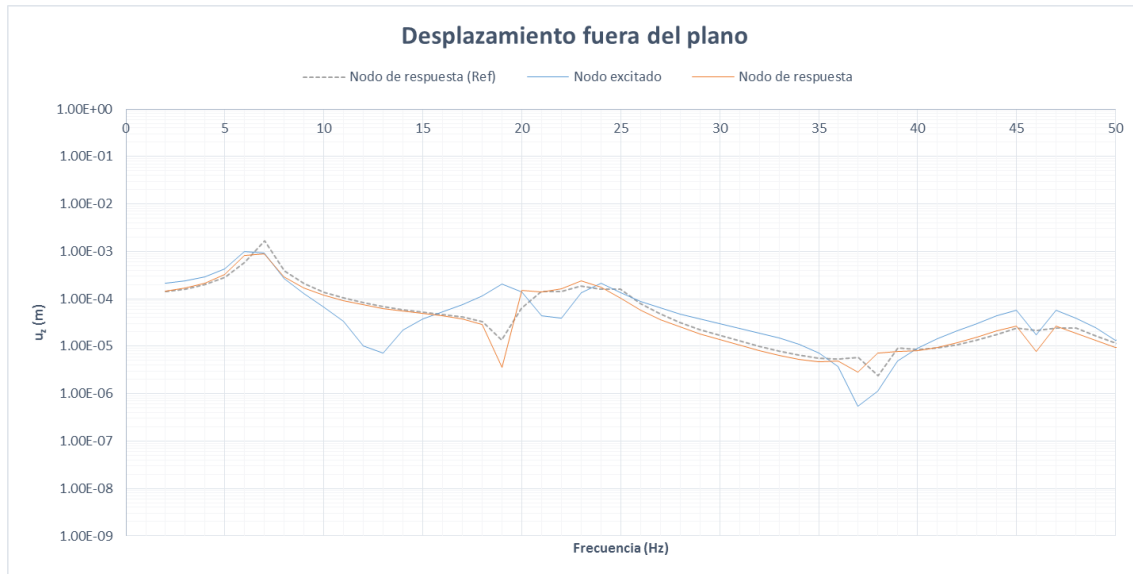
### 3.4.a Respuesta a la carga dinámica

La Figura 24 muestra la respuesta en frecuencia para el nodo excitado y el nodo de respuesta. También muestra punteada la respuesta para el nodo de respuesta del modelo base, como referencia.



**Figura 24: Desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido infinito**

La Figura 25 muestra un detalle de la Figura 24 para frecuencias entre 0 y 50Hz.



**Figura 25: Detalle del desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido infinito**

A pesar de no estar presente en los resultados obtenidos del análisis modal, se observa que el armónico principal ( $\sim 7\text{Hz}$ ) está presente en la respuesta. El amortiguamiento provoca que los picos de respuesta disminuyen su amplitud y la frecuencia a la que se dan.

La figura de detalle muestra, también, cómo hay picos que se muestran truncados en la respuesta. Un cálculo en banda más fina sería, probablemente, capaz de reproducirlos con mayor fidelidad.

### 3.5 Modelo con fluido y elementos de absorción

El modelo con elementos de absorción es similar al mostrado en la Figura 19. El modelo de placa es idéntico al utilizado en el caso base y la condición de contorno para la estructura es la de apoyo simple en las esquinas.

Para la malla acústica que se encuentra rodeando la placa se ha dispuesto una envoltura de elementos tridimensionales que modelan los elementos de absorción. La estructura se carga de forma análoga a como se ha hecho en los casos anteriores y se estudia la respuesta en un nodo análogo.

#### 3.5.a Caracterización modal de la estructura

El análisis modal acoplado del modelo no aporta información útil.



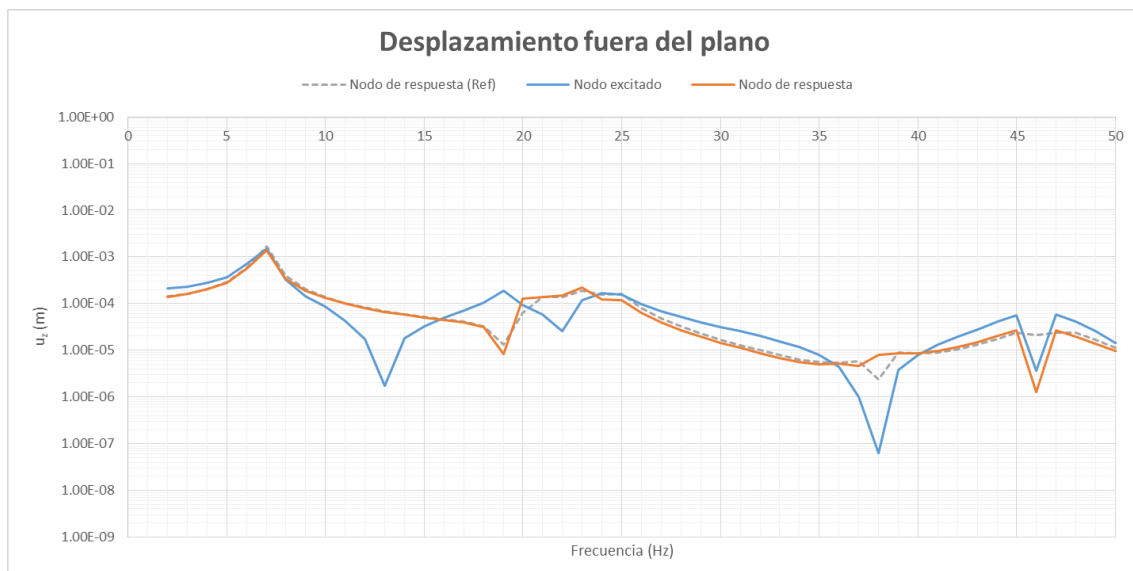
### 3.5.b Respuesta a la carga dinámica

La Figura 26 muestra la respuesta en frecuencia para el nodo excitado y el nodo de respuesta. También muestra punteada la respuesta para el nodo de respuesta del modelo base, como referencia.



**Figura 26: Desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido y elementos de absorción**

La Figura 27 muestra un detalle de la Figura 26 para frecuencias entre 0 y 50Hz.



**Figura 27: Detalle del desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido y elementos de absorción**

El comportamiento de esta modelización es, en esencia, análogo al del modelo fluido-estructural con elementos infinitos en el contorno, si bien aquí el amortiguamiento es algo inferior.

Como se ha comentado, el afinado de los parámetros que han de utilizarse para definir este modelo ha de hacerse apoyándose en resultados experimentales. En ausencia de ellos, se han utilizado valores extraídos de la documentación y los ejemplos de Nastran.

Al igual que en el caso anterior, la frecuencia para la que se da el pico de respuesta es la misma que en el caso no acoplado.

### 3.6 Selección del modelo de fluido

Las Figuras 28 y 30 muestran la función de transferencia del nodo excitado, mientras que las Figuras 29 y 31 muestran la función de transferencia del nodo de respuesta. Las Figuras 28 y 29 muestran las funciones para todo el rango de frecuencias en el que se dispone de resultados mientras que las Figuras 30 y 31 muestran un detalle de las frecuencias más bajas del espectro.

Tanto para el nodo excitado como para el de respuesta se aprecian dos zonas diferenciadas, con frontera entre ellas cercana a los 100Hz. Para frecuencias superiores a los 100Hz, la respuesta es similar con independencia de la modelización utilizada mientras que para frecuencias por debajo de esos 100Hz la respuesta sí dependerá de la modelización. Para las frecuencias superiores, además, todos los modelos de fluido muestran cómo las frecuencias de resonancia del modelo disminuyen, de forma coherente con lo esperado.

Así pues, la elección de la modelización se realizará en base a las características observadas en el rango de frecuencias más bajo.

La modelización del fluido con las condiciones de contorno de pared se debe descartar porque elimina el primer armónico –el más importante– de la respuesta e introduce otros armónicos que no están presentes en el modelo base.

Las modelizaciones restantes parecen coherentes entre sí y con el modelo base, al reducir la amplitud de los picos de respuesta y la frecuencia para la que se producen. Se escoge la modelización basada en malla acústica con elementos infinitos por las siguientes razones:

- Sobre el modelo de masas virtuales tiene la ventaja de que proporciona información sobre qué es lo que ocurre en el fluido que está modelado. Esa información puede ser útil de cara a estudiar la directividad de la carga acústica modelada.

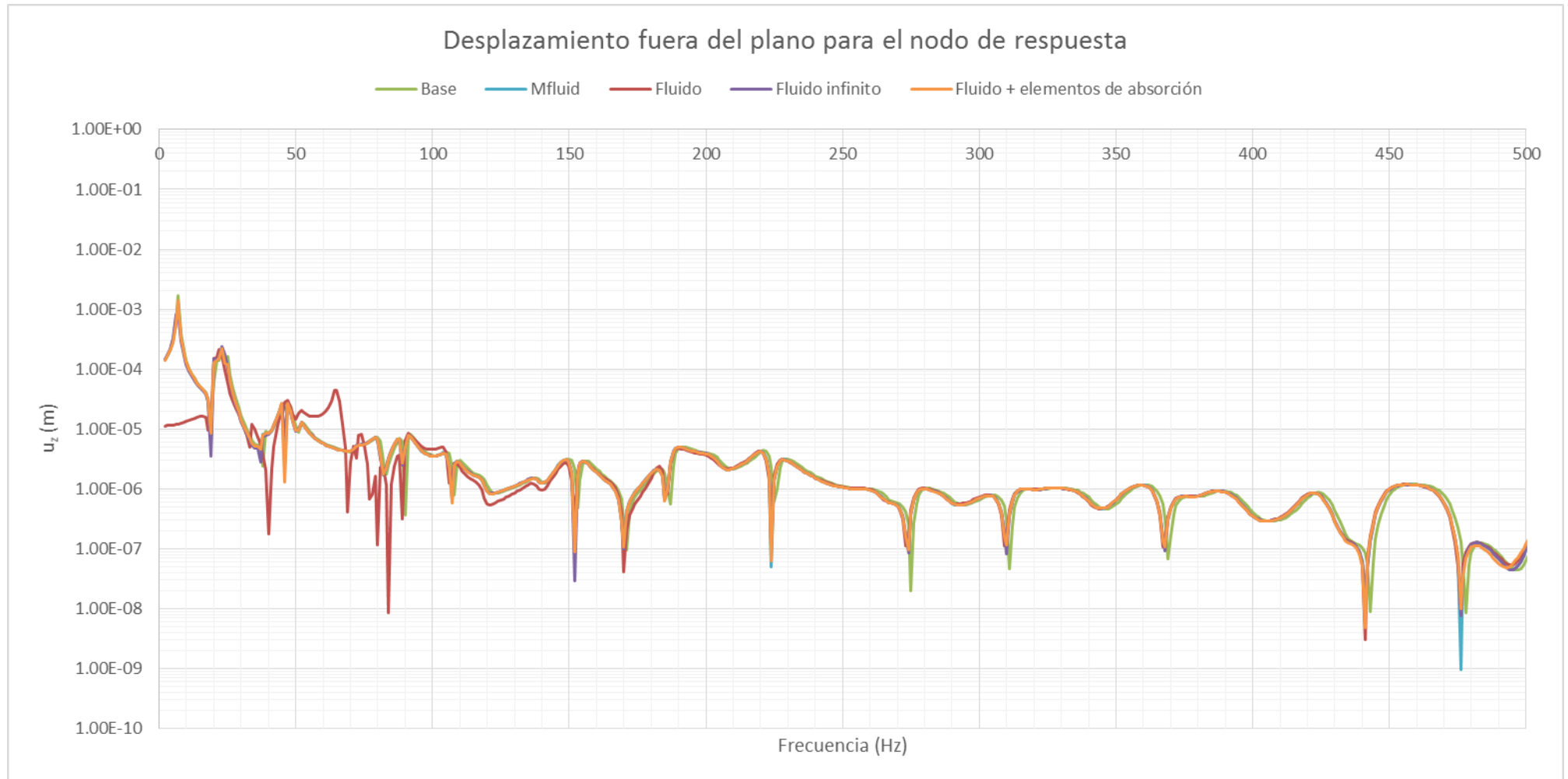
En el caso de carga que se introducirá en el modelo de panel solar, se ha de tratar de conseguir una carga que carezca de directividad, de forma que conocer la respuesta en presión de los nodos cercanos a la placa en distintas posiciones.

- Sobre el modelo de elementos acústicos combinados con elementos de absorción, elimina la incertidumbre respecto a los parámetros de modelado de éstos últimos.

- En caso de que la modelización se vaya a correlar con resultados de ensayo, los elementos infinitos permiten colocar “sensores” de respuesta en nodos del exterior del volumen explícitamente definido, lo cual puede ser útil para comparar resultados de simulación con micrófonos en el ensayo.



Figura 28: Función de transferencia del nodo excitado en función de la modelización utilizada para la selección del modelo de fluido exterior



**Figura 29: Función de transferencia para el nodo de respuesta en función de la modelización utilizada para la selección del modelo de fluido exterior**



Figura 30: Detalle de la función de transferencia para el nodo excitado en función de la modelización utilizada para la selección del modelo de fluido exterior



Figura 31: Detalle de la función de transferencia para el nodo de respuesta en función de la modelización utilizada para la selección del modelo de fluido exterior



## 4 Comparativa de modelos para el *gap* de aire

Como se ha comentado, una parte significativa de la transmisión de potencia entre placas en un caso como el del panel solar se hace a través del gap de aire entre placas.

En esa transmisión se producen pérdidas por las paredes del *gap* de aire.

En el presente apartado se modela una malla de fluido entre las placas y se estudia el efecto que las condiciones de contorno tienen en la respuesta entre placas.

Para ello se disponen dos placas paralelas -idénticas a las utilizadas en el apartado dedicado a los modelos de fluido- separadas 3cm entre sí.

### 4.1 Modelo de fluido

La Figura 32 muestra una imagen de la malla utilizada para modelar las placas estructurales y el *gap* de aire entre ellas. La condición de contorno para las placas es de apoyo simple en los vértices. Para el fluido la condición de contorno es la condición de contorno por defecto (pared rígida) para aquellas caras que no están en contacto con nodos estructurales.

Para estudiar la transmisión de carga, se excita una de las placas con una carga unitaria en el dominio de la frecuencia entre 0 y 500Hz y se estudia la respuesta en la placa opuesta.

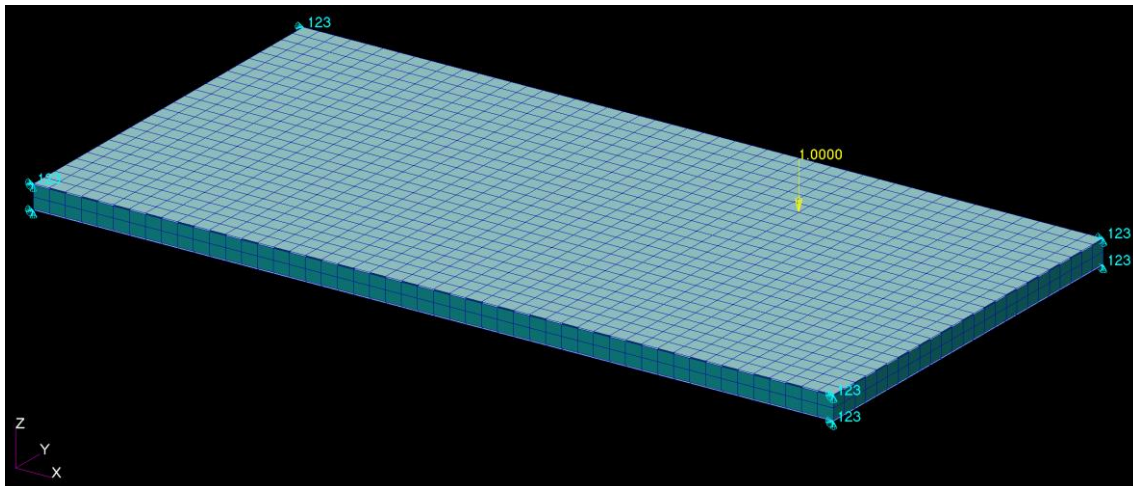


Figura 32: Malla de *gap* de aire entre las dos placas estructurales

La Figura 33 muestra la posición relativa de los nodos excitado y de respuesta en una imagen en planta.

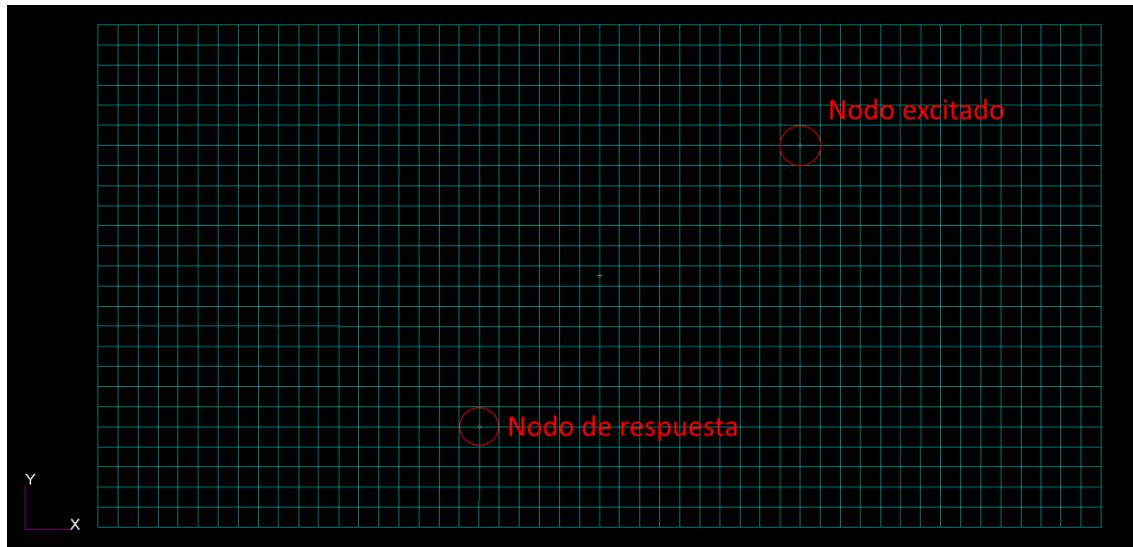


Figura 33: Posición relativa de los nodos excitado y de respuesta en las placas

Se han dispuesto dos filas de elementos en la dirección transversal del gap de aire para tratar de recoger con mayor fiabilidad el comportamiento del mismo y se ha reducido el tamaño de los elementos estructurales con el único objeto de obtener una relación de aspecto más cercana a la unidad de lo que se obtendría con la densidad de malla utilizada en los casos de modelos de aire.

En ambos casos se ha cuidado que se mantenga el criterio de mallado de seis elementos por longitud de onda para las frecuencias de estudio.

#### 4.1.a Caracterización modal de la estructura

La Figura 34 muestra la distribución de las frecuencias propias del problema acoplado fluido-estructural en el rango de las frecuencias de estudio para el caso de condición de contorno por defecto.



Figura 34: Distribución de los modos propios complejos en el dominio de la frecuencia para el modelo con fluido

#### 4.1.b Respuesta a la carga dinámica

La Figura 35 muestra la función de transferencia para el desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del nodo de la placa opuesta cuya respuesta se estudia. No se incluye en la figura ninguna respuesta de referencia dado que la respuesta para el caso sin aire es nula en la placa receptora.



**Figura 35: Desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido**

La Figura 36 muestra un detalle de la Figura 35 para el rango de frecuencias entre 0 y 50Hz.



**Figura 36: Detalle del desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido**

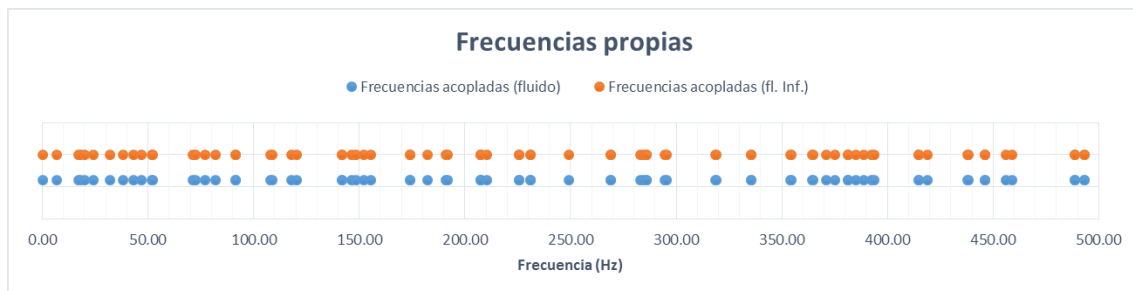
Es interesante comprobar cómo la simulación numérica no reproduce el comportamiento descrito en el apartado 1.2.a . En [9] se comenta que la forma del primer modo que aparece en el acoplamiento es de desplazamiento en la dirección perpendicular al plano de las placas con las placas en antifase. Para que este modo se pueda desarrollar es importante que el fluido del gap pueda radiar potencia hacia el exterior. Recordemos que la condición de contorno por defecto para los nodos de fluido no acoplado con estructura es la de pared rígida. Es posible, por tanto, que esta condición de contorno sea la responsable de que no se esté reproduciendo el primer modo.

## 4.2 Modelo de fluido infinito

En este caso el modelo de elementos finitos tiene un aspecto similar al mostrado en la Figura 32, con la salvedad de que la malla fluida que no está conectada a estructura se ha recubierto de una capa de elementos planos de tipo CACINF4 para definir una condición de contorno de radiación libre hacia el exterior.

### 4.2.a Caracterización modal de la estructura

La Figura 38 muestra la distribución de las frecuencias propias del problema acoplado fluido-estructural en el rango de las frecuencias de estudio para el caso de condición de contorno con fluido infinito, así como para la condición de contorno por defecto, como referencia.



**Figura 37: Distribución de los modos propios complejos en el dominio de la frecuencia para el modelo con fluido infinito**

La distribución de frecuencias propias del sistema es idéntica a la obtenida para el caso descrito en el apartado 4.1 . Esto indica que el método numérico no tiene en cuenta la condición de contorno a la hora de calcular los modos acoplados. Los elementos infinitos añaden masa infinita al sistema y, por tanto, presentarían un problema a la hora de realizar un análisis de modos complejos.

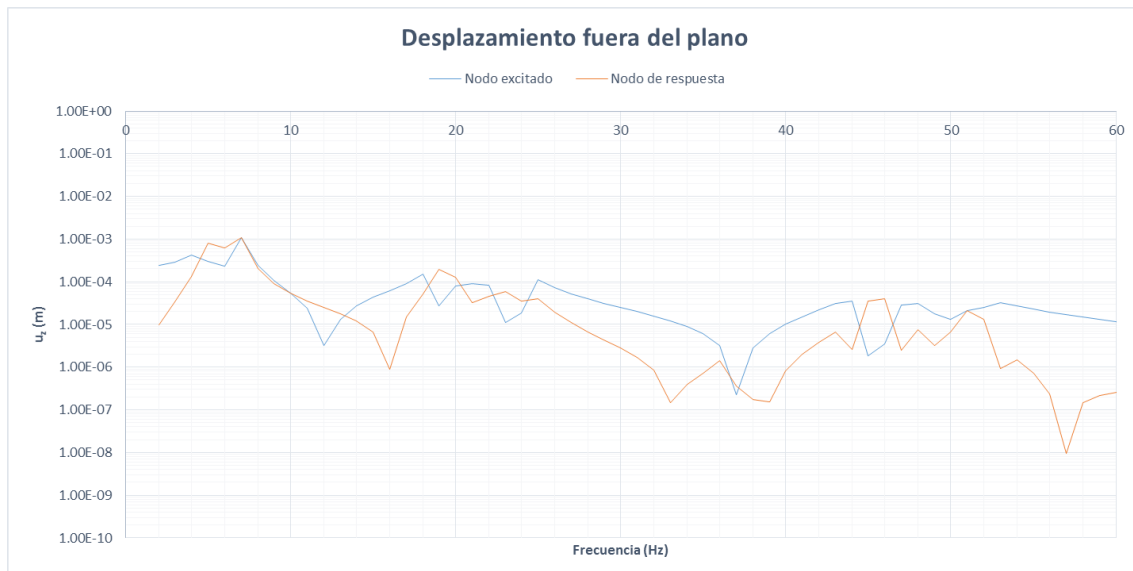
#### 4.2.b Respuesta a la carga dinámica

La Figura 38 muestra la función de transferencia para el desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y el nodo de respuesta. No se muestra respuesta de referencia dado que para el caso sin aire, la respuesta en la placa receptora es nula.



**Figura 38: Desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido infinito**

La Figura 39 muestra un detalle de la respuesta para el rango de la frecuencia que va desde 0 hasta 60Hz.



**Figura 39: Detalle del desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido infinito**

En este caso sí se aprecia en la respuesta lo mencionado en el apartado 1.2.a sobre las frecuencias propias del sistema acoplado: aparecen dos picos en la respuesta en 5 y 7 Hz (frente a los 4.8Hz y 6.8Hz predichos<sup>4</sup>).

Con respecto a la respuesta del caso de una única placa, se observa que las frecuencias de resonancia disminuyen, lo cual es de esperar dado que, como se muestra en el apartado 2.2.b.i (a) , la presencia de fluido introduce amortiguamiento.

### **4.3 Modelo de fluido con elementos de absorción**

En este caso el modelo de elementos finitos tiene un aspecto similar al mostrado en la Figura 32, con la salvedad de que la malla fluida que no está conectada a estructura se ha recubierto de una capa de elementos volumétricos para simular los elementos de absorción. De nuevo a falta de medidas experimentales, se ha dado a los parámetros necesarios en la definición de las propiedades de los elementos de absorción valores basados en la documentación y en los ejemplos que acompañan a Nastran [8].

#### **4.3.a Caracterización modal de la estructura**

El análisis modal acoplado del modelo no aporta información útil.

#### **4.3.b Respuesta a la carga dinámica**

La Figura 40 muestra la función de transferencia para el desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y el nodo de respuesta.

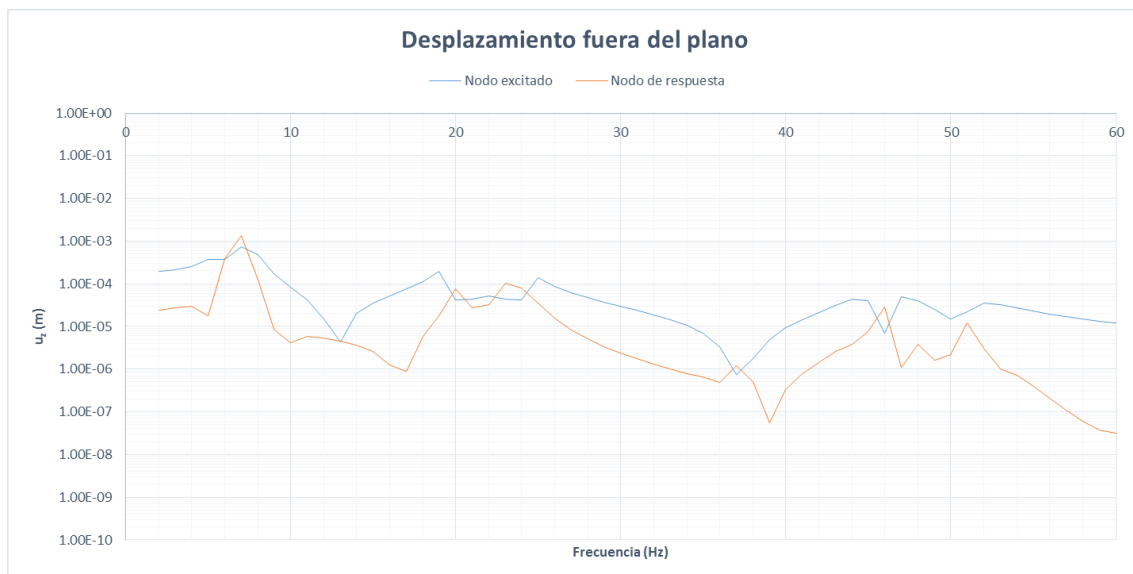
---

<sup>4</sup> La resolución para este cálculo es de 1Hz



**Figura 40: Desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido y elementos de absorción**

La Figura 41 muestra un detalle de la respuesta para el rango de la frecuencia que va desde 0 hasta 60Hz.



**Figura 41: Detalle del desplazamiento fuera del plano del nodo excitado y del de respuesta en función de la frecuencia para el modelo con fluido y elementos de absorción**

En este caso no se aprecia si la respuesta contiene uno o dos picos para el modo en torno a 6.8Hz.

#### 4.4 Selección del modelo de gap de aire

Las Figuras 42a 45 compilan las gráficas de respuesta para el desplazamiento fuera del plano de los nodos estudiados. Las Figuras 42 y 44 corresponden al nodo

directamente excitado mientras que las Figuras 43 y 45 corresponden a la respuesta del nodo de la placa cuya excitación se introduce mediante el gap de aire. En éstas últimas, se ha trazado punteada como referencia la respuesta del modelo “base”: aquella que se obtiene en el modelo de una única placa para el nodo de respuesta. En este caso el modelo seleccionado es, de nuevo, el de malla acústica con condición de contorno de fluido infinito, dado que muestra nuevas resonancias a baja frecuencia que el modelo de fluido con elementos de absorción parece eliminar por excesivo amortiguamiento.





**Figura 42:** Función de transferencia para el desplazamiento fuera del plano para el nodo excitado en función de la modelización utilizada para la selección del modelo de fluido para el *gap*

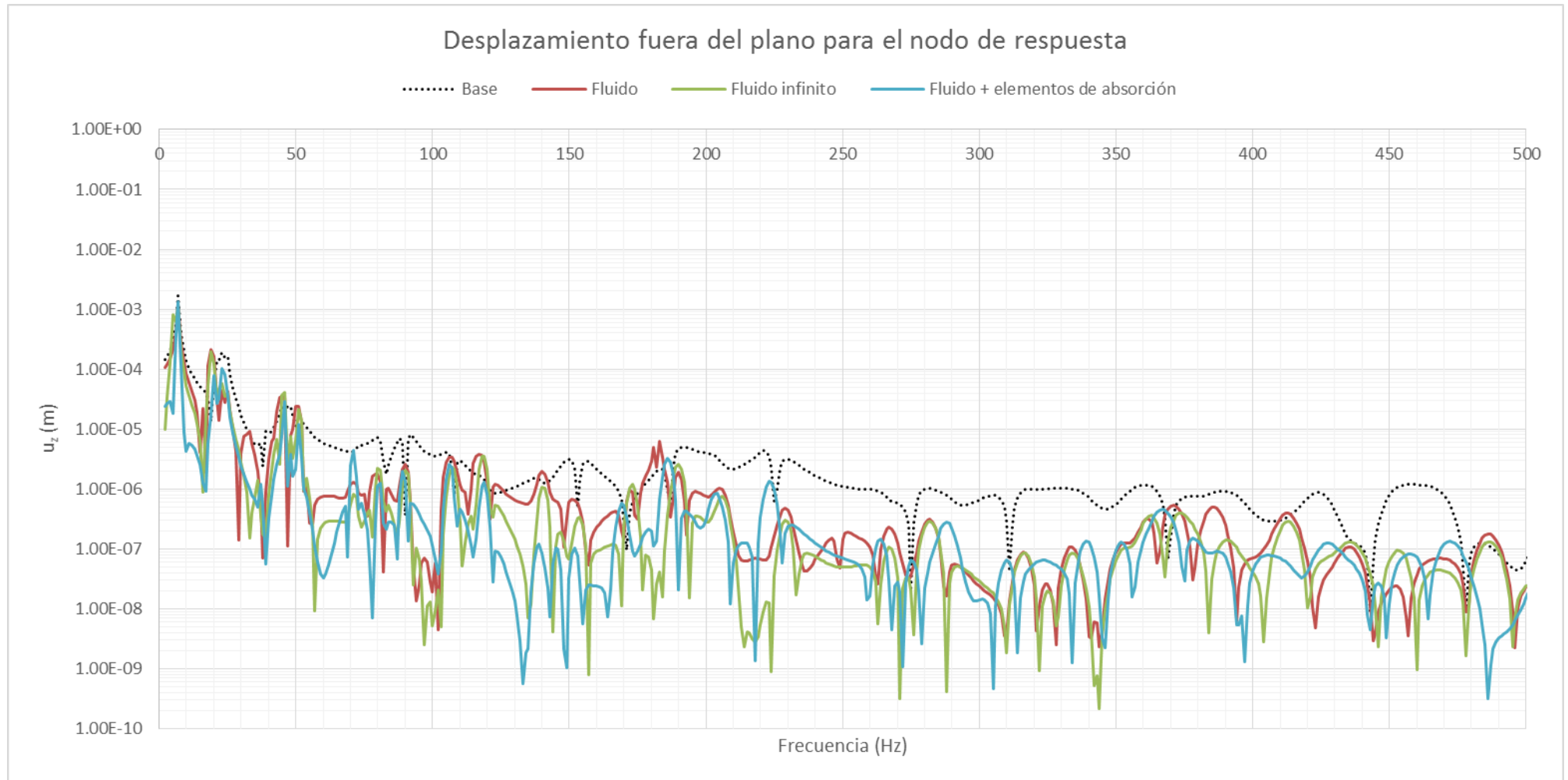
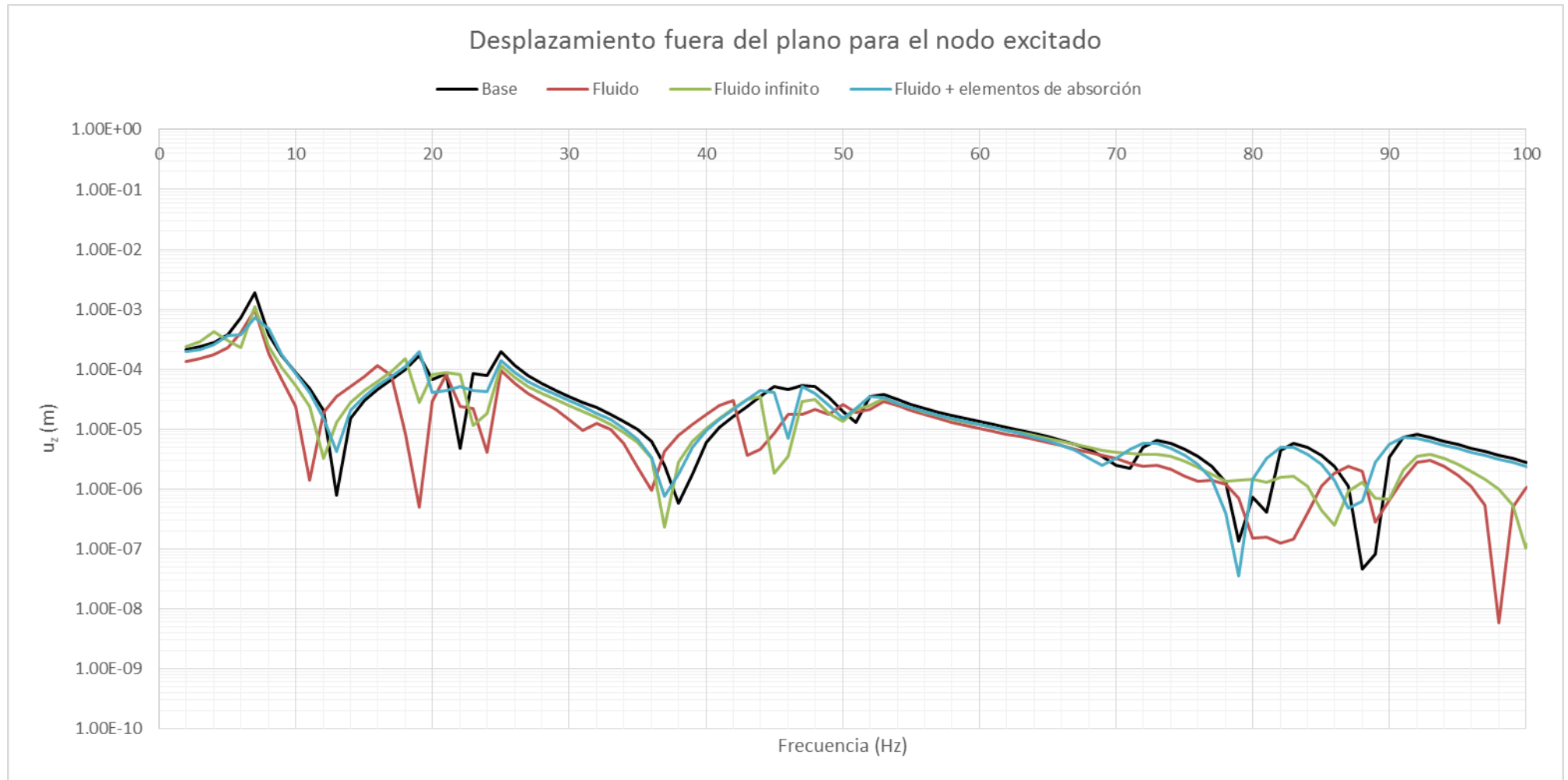
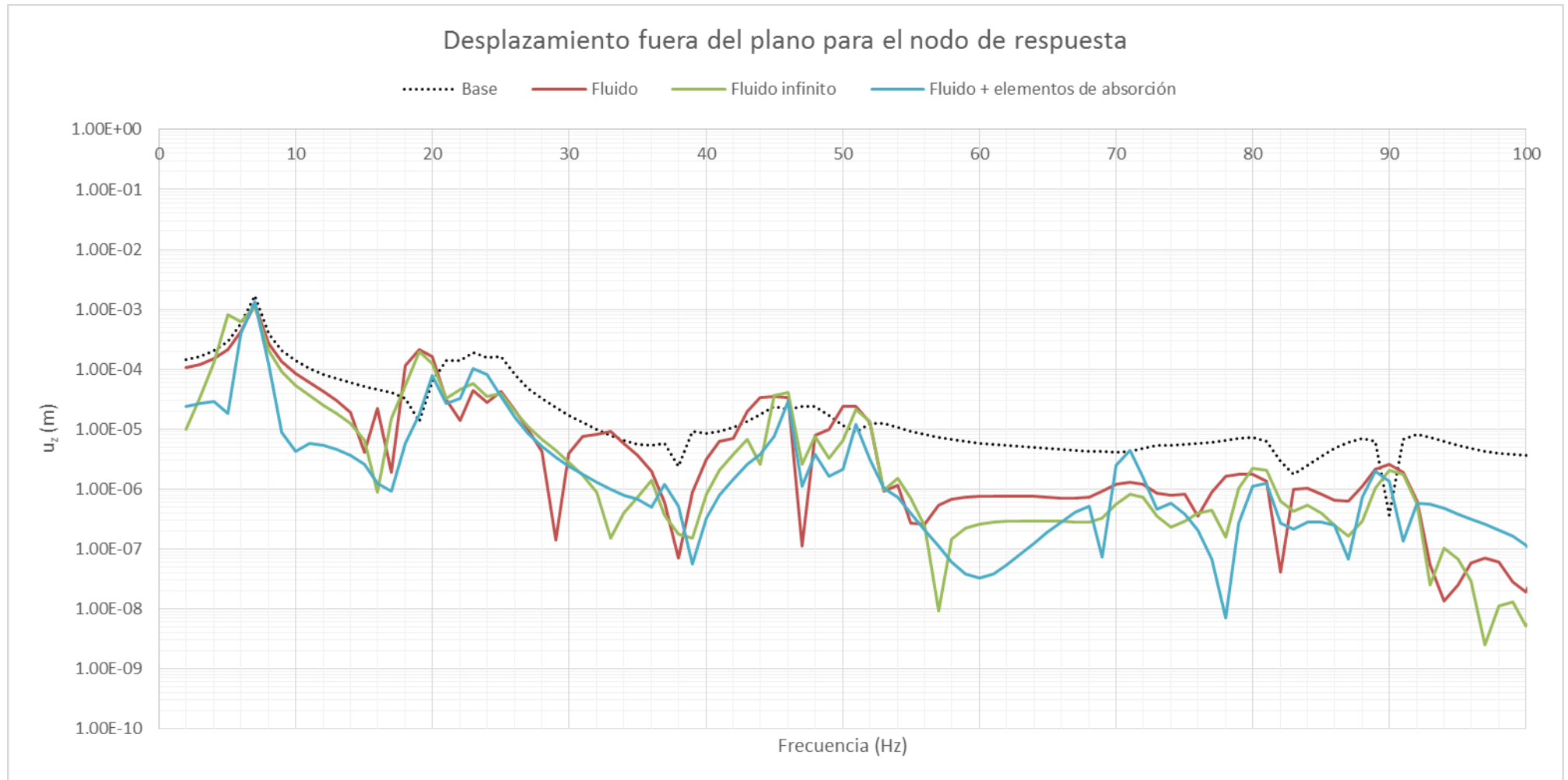


Figura 43: Función de transferencia para el desplazamiento del nodo de respuesta (en la placa no excitada) en función de la modelización utilizada para la selección del modelo de fluido para el gap



**Figura 44:** Detalle de la función de transferencia para el desplazamiento fuera del plano del nodo excitado en función de la modelización empleada para la selección del modelo de fluido para el *gap*



**Figura 45: Detalle de la función de transferencia para el desplazamiento fuera de plano del nodo de respuesta (en la placa no excitada) en función de la modelización utilizada para la selección del modelo de fluido para el *gap***

## 5 Modelo de panel solar

Una vez seleccionado el modelo de fluido y la condición de contorno, se aplica al modelo de panel solar. Para ello se parte del ya citado modelo de elementos finitos que se muestra en la Figura 46.

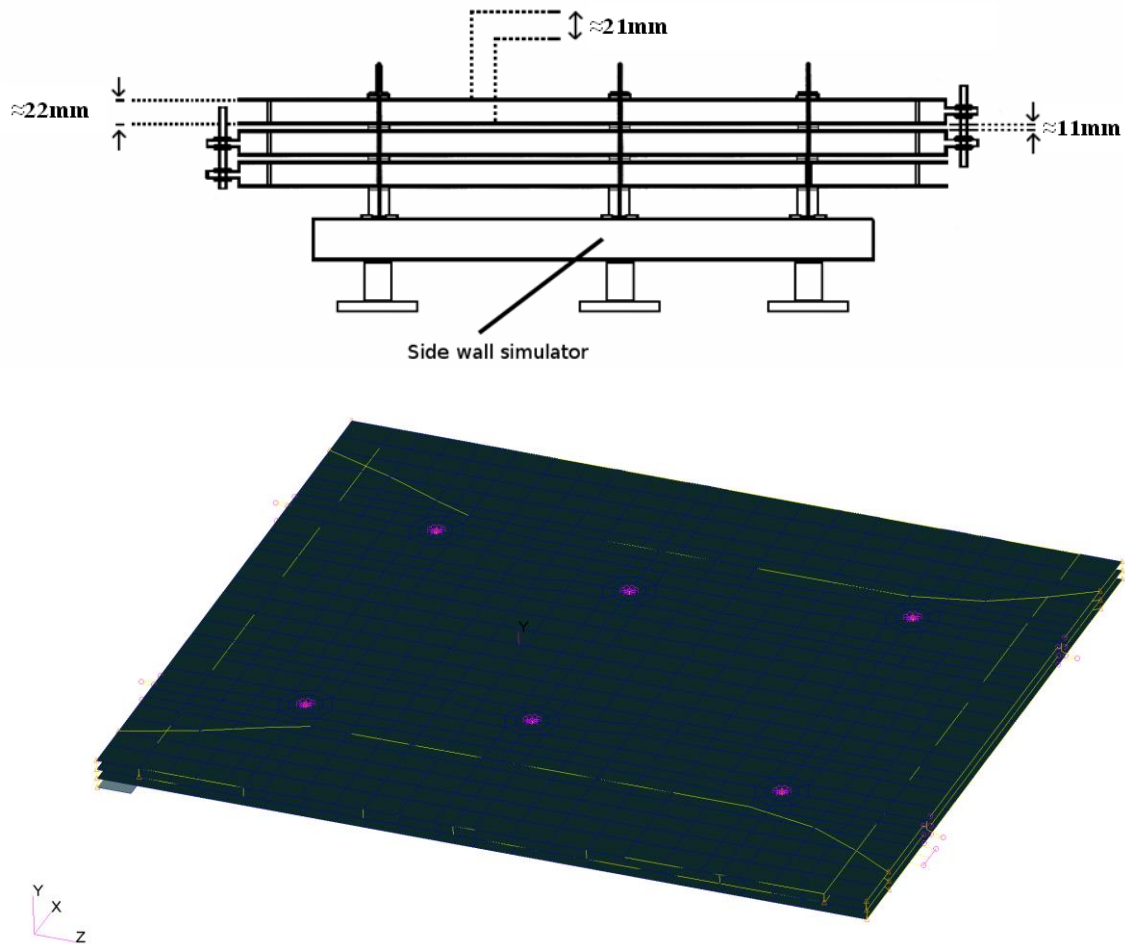
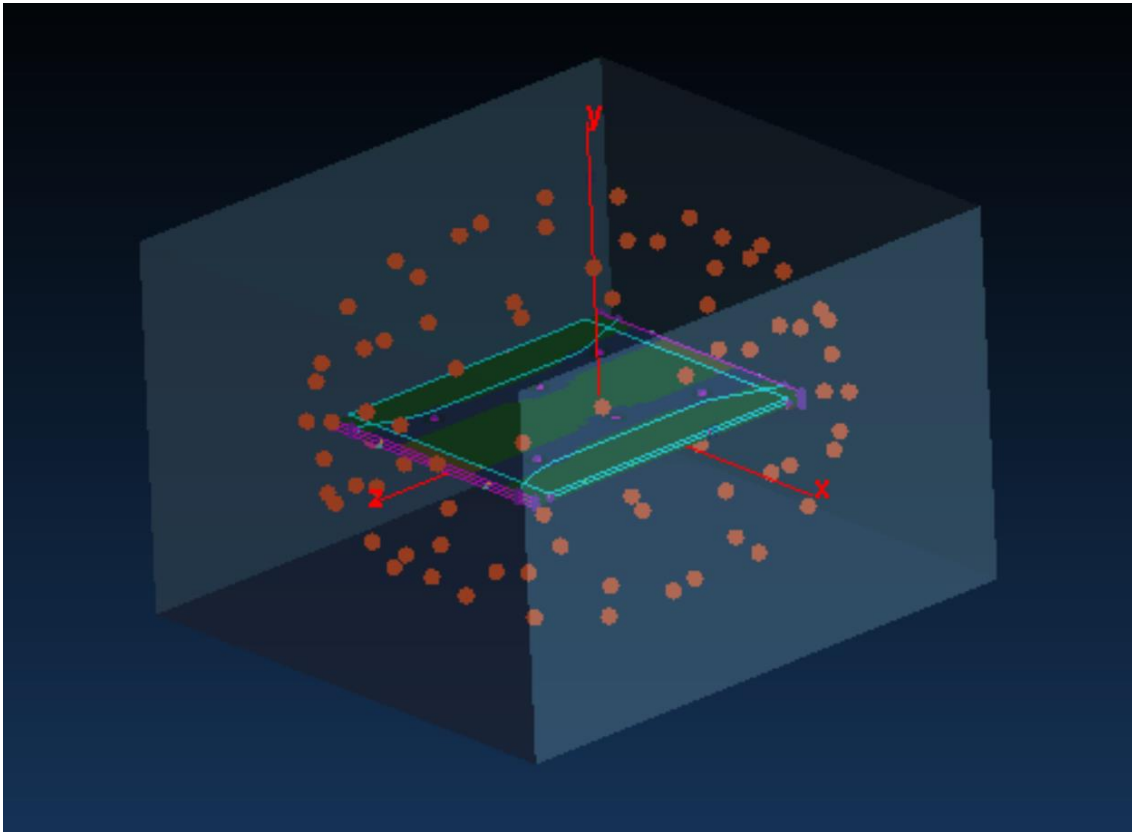


Figura 46: Aspecto del modelo de elementos finitos del panel solar en configuración plegada.

Esquema superior cortesía de Dutch Space

Para realizar el modelado del dominio acústico, se extruyen las placas para crear elementos sólidos entre ellas (para el *gap* de aire) y hacia el exterior, de forma que se crea un dominio fluido de dimensiones superiores al panel solar y que lo contiene por completo. La Figura 47 muestra una vista del modelo configurado y la ubicación de los monopolos. El tamaño del dominio acústico es  $4.25 \times 3.00 \times 4.73 \text{ m}$ .



**Figura 47: Modelo de panel solar con la malla de fluido a su alrededor y las ubicaciones de los monopolos en el elipsoide**

La condición de contorno para el dominio acústico es de fluido infinito en las paredes, de forma que se disponen los elementos bidimensionales de tipo CACINF4 con orden de interpolación radial 5 recubriendo el fluido. Como se ha explicado, este modelo introduce nuevos caminos de carga con respecto al estudiado en el apartado 4 : las placas ya no sólo intercambian potencia entre sí a través del *gap* de aire sino que también lo hacen a través de los soportes estructurales y las placas externas pueden radiar potencia hacia el exterior del sistema que se introduzca, reflejada, en el *gap* de aire.

De nuevo, el ensayo contra el que se pretenden replicar los modelos introduce un campo difuso como excitación de la placa. Para tratar de replicar ese campo difuso con las herramientas disponibles en MSC Nastran, se dispone un conjunto de monopolos en una configuración que trate de minimizar la directividad de la carga. La forma elegida para hacerlo es colocándolos en la superficie de un elipsoide. Idealmente este elipsoide sería lo suficientemente grande como para que las ondas esféricas que incidan sobre los paneles tengan un efecto parecido a ondas planas. En la práctica, dado que los monopolos se han de colocar en nodos fluidos,

consideraciones sobre el coste computacional del cálculo limitan el número de grados de libertad que se pueden manejar. La solución de compromiso que se adopta se aprecia en la Figura 47, donde se han dispuesto 82 monopolos rodeando la estructura<sup>5</sup> en unas posiciones dadas por la ecuación de la página 23.

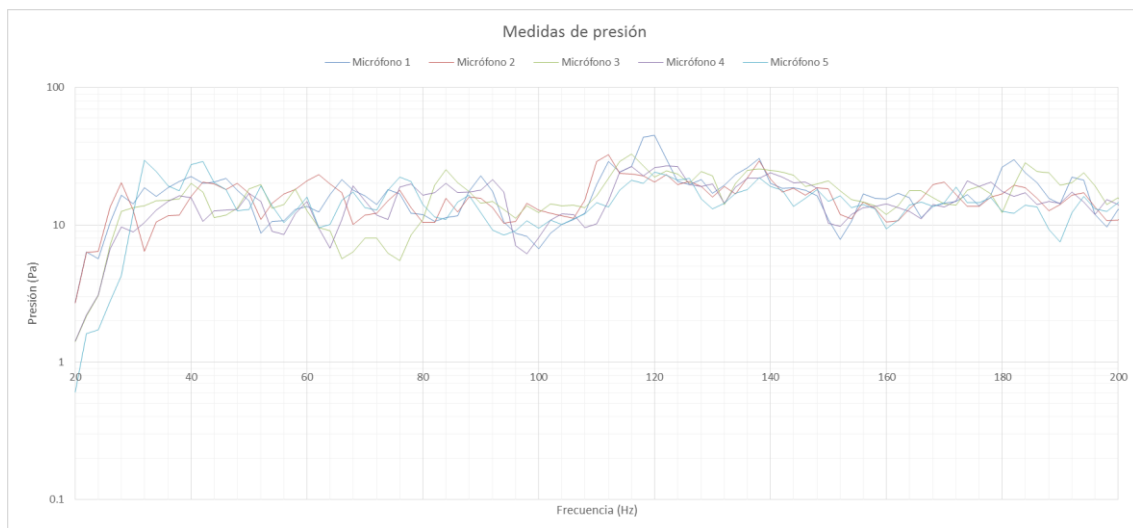
El número de grados de libertad para este problema es, aproximadamente, 253000 y se ha tomado un orden de interpolación radial de 5 para los elementos infinitos. Como se ha comentado, el ancho de banda para esta simulación es de 2Hz.

### 5.1 Directividad del campo

Un punto importante para poder estudiar el problema físico es saber cómo de directiva es la carga aplicada.

Como se ha mencionado, un campo difuso –la carga que se pretende simular- carece de directividad y, por tanto, sensores situados rodeando la estructura deberían captar niveles de presión similares.

La Figura 48 muestra las medidas de presión registradas por cinco micrófonos colocados alrededor del espécimen durante el ensayo en cámara reverberante en el IABG. Se registraron medidas hasta 3020Hz pero sólo se replica la parte de curva que se va a reproducir numéricamente.



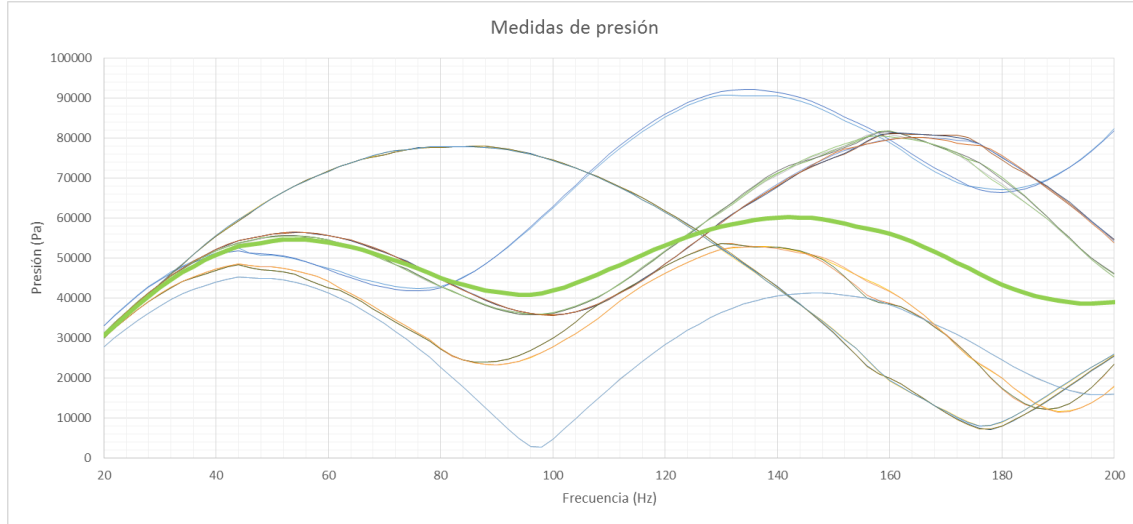
**Figura 48: Medidas de presión para los cinco micrófonos del ensayo**

<sup>5</sup> Según la ecuación paramétrica para el paraboloide de la página 24 debería haber 90 monopolos. Sin embargo, dada la densidad de malla algunos nodos tenían aplicado más de un monopolo. En esos casos, se ha introducido uno único.

Para el modelo numérico se ha realizado un ejercicio similar: se han tomado medidas de presión en veinte nodos acústicos situados en la superficie de un elipsoide de revolución de ecuación:

$$\begin{cases} x = x_0 + 1.8 \cos u \sin v \\ y = y_0 + 0.5 \sin u \sin v \\ z = z_0 + 1.8 \cos v \end{cases}$$

Las medidas de presión para los veinte nodos acústicos se representan en la Figura 49, donde también se representa en línea más gruesa el promedio de las medidas.



**Figura 49: Resultados de presión para el modelo numérico**

Como se puede apreciar, para frecuencias hasta 40Hz, la directividad es baja pero para frecuencias más altas la directividad aumenta mucho. Tanto que para algunas frecuencias la desviación estándar es del 50% de la propia medida.

La causa de la directividad podría estar en el reducido tamaño del dominio fluido y en el hecho de que la distancia entre sensores es comparable a la distancia entre los monopolos y los sensores, de forma que las ondas no se parecen a ondas planas, como deberían para poder replicar correctamente un campo difuso.

## 5.2 Medidas en los acelerómetros

Se muestran a continuación las relaciones  $r = \frac{ASD}{PSD}$  para algunos acelerómetros dispuestos en las placas de los paneles solares.

La disposición de los acelerómetros en el ensayo se muestra en la Figura 50.



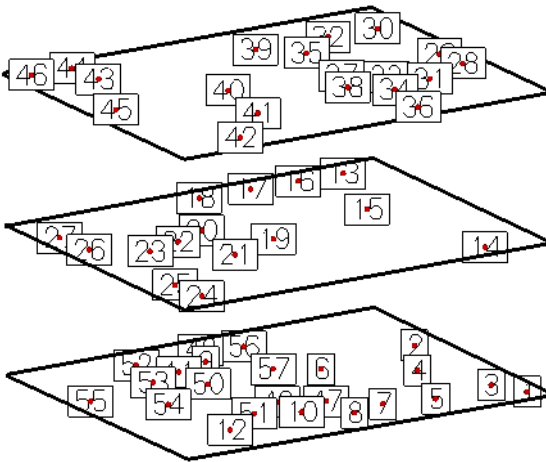


Figura 50: Distribución de los 55 acelerómetros en las placas

5.2.a Panel superior

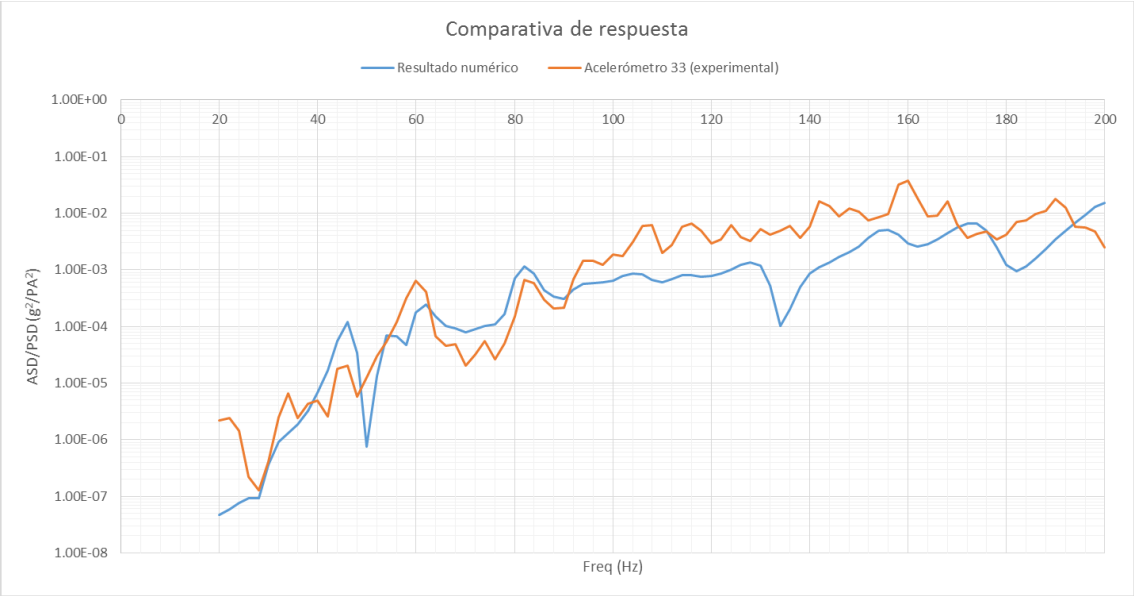


Figura 51: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 33

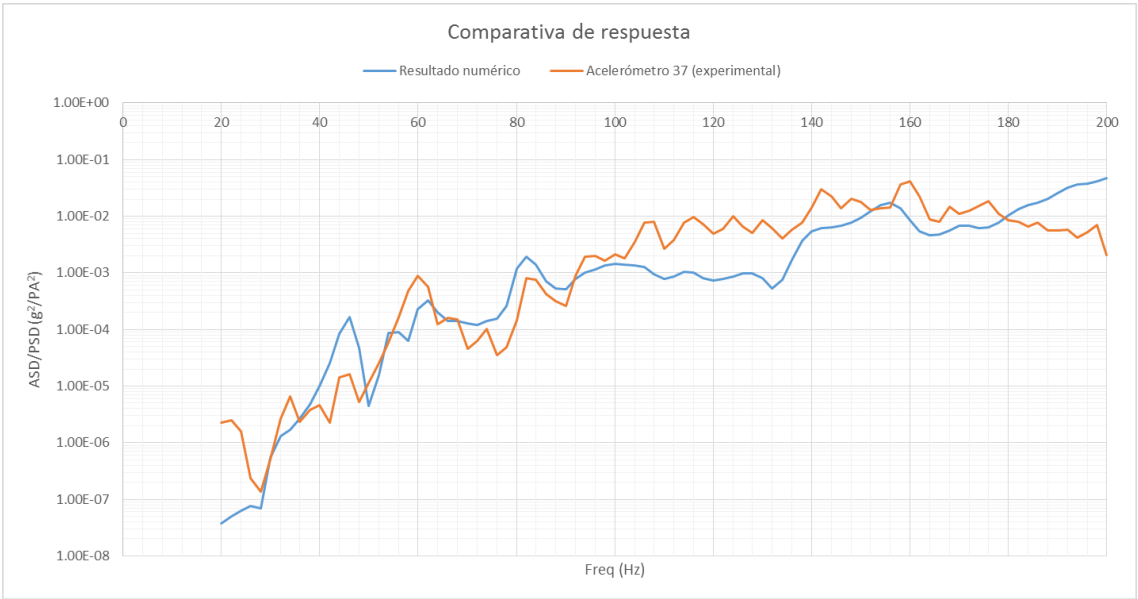


Figura 52: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 37

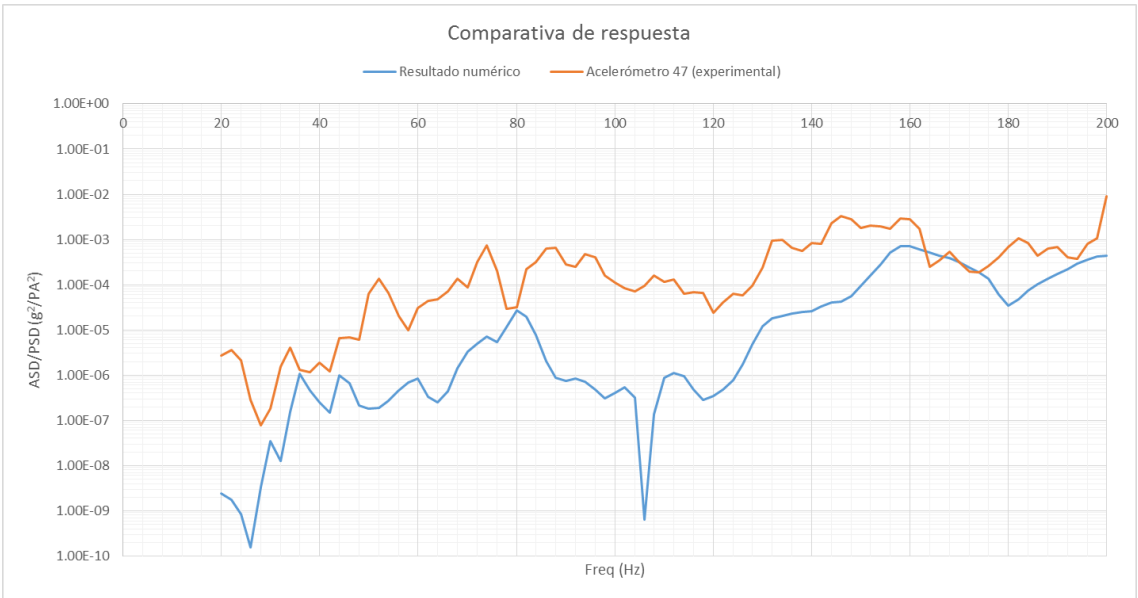


Figura 53: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 47

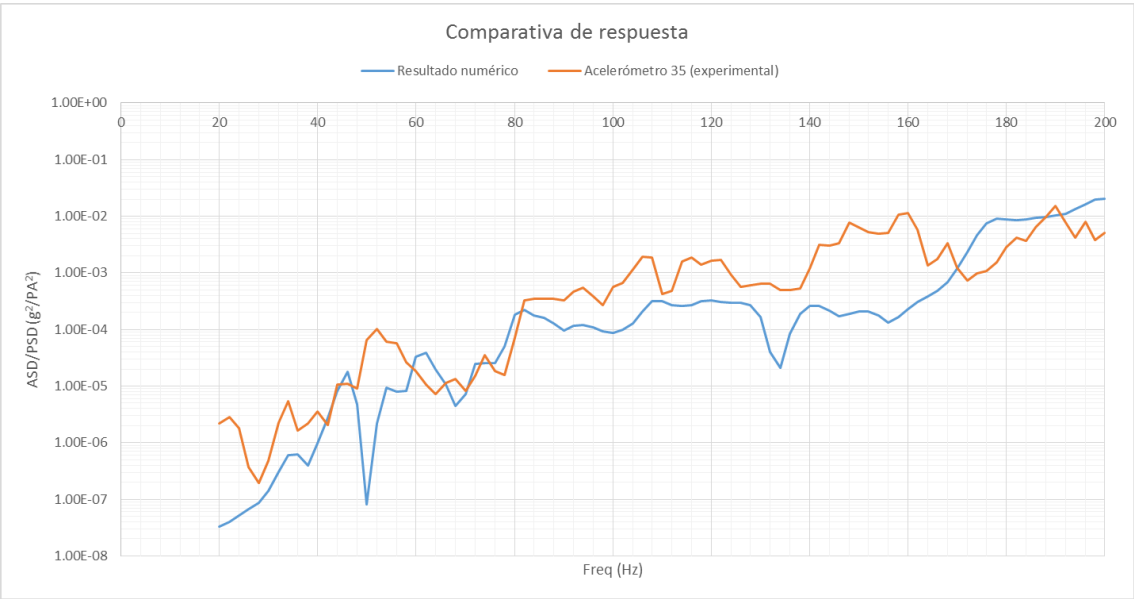


Figura 54: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 35

5.2.b Panel central

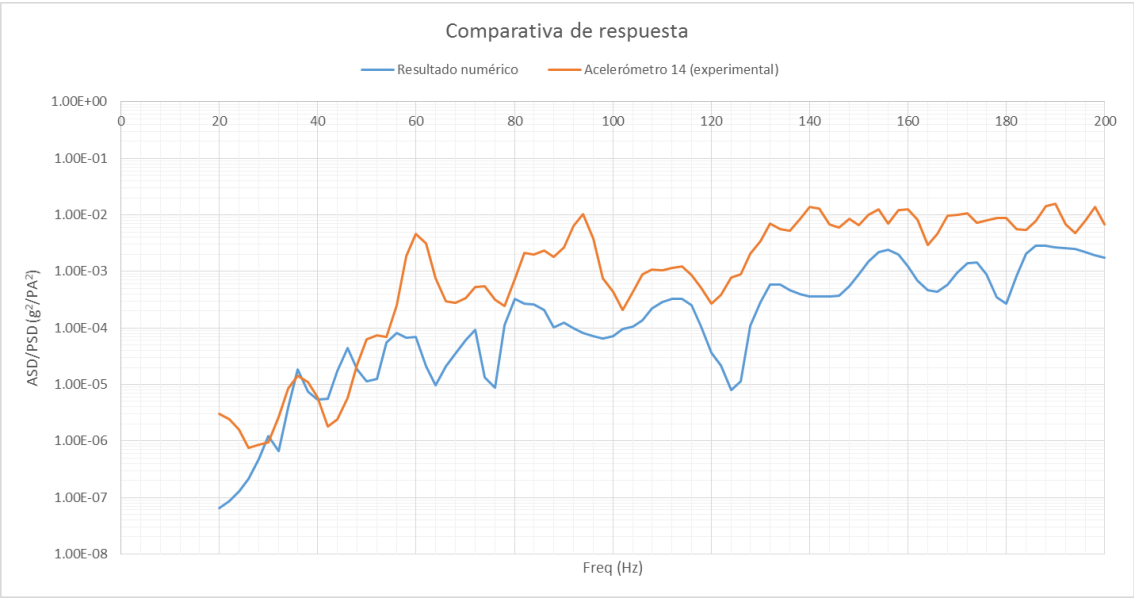


Figura 55: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 14

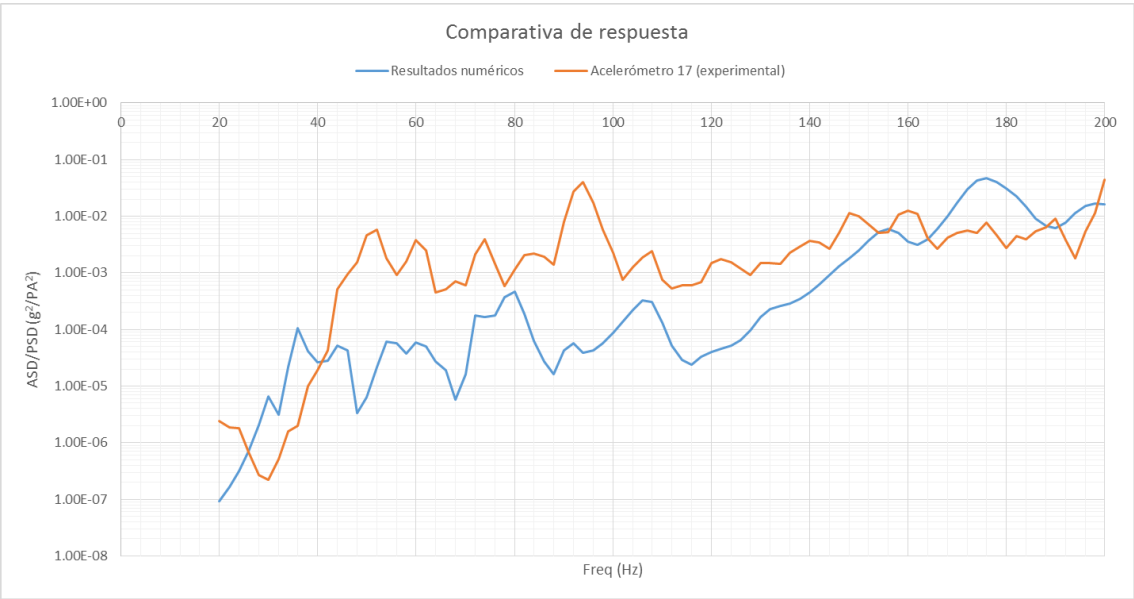


Figura 56: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 17

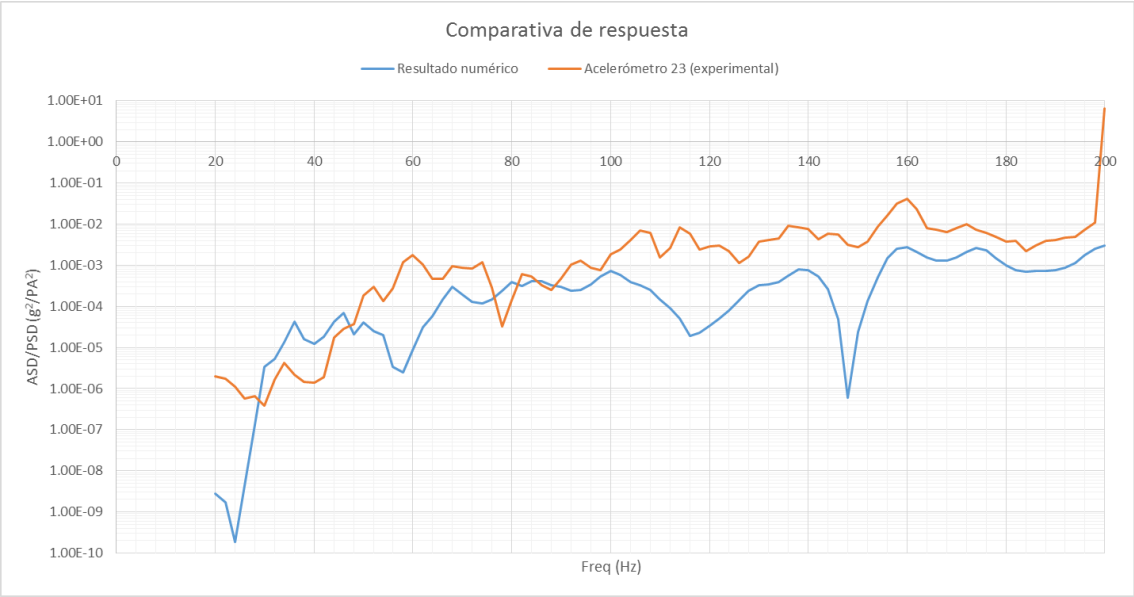


Figura 57: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 23

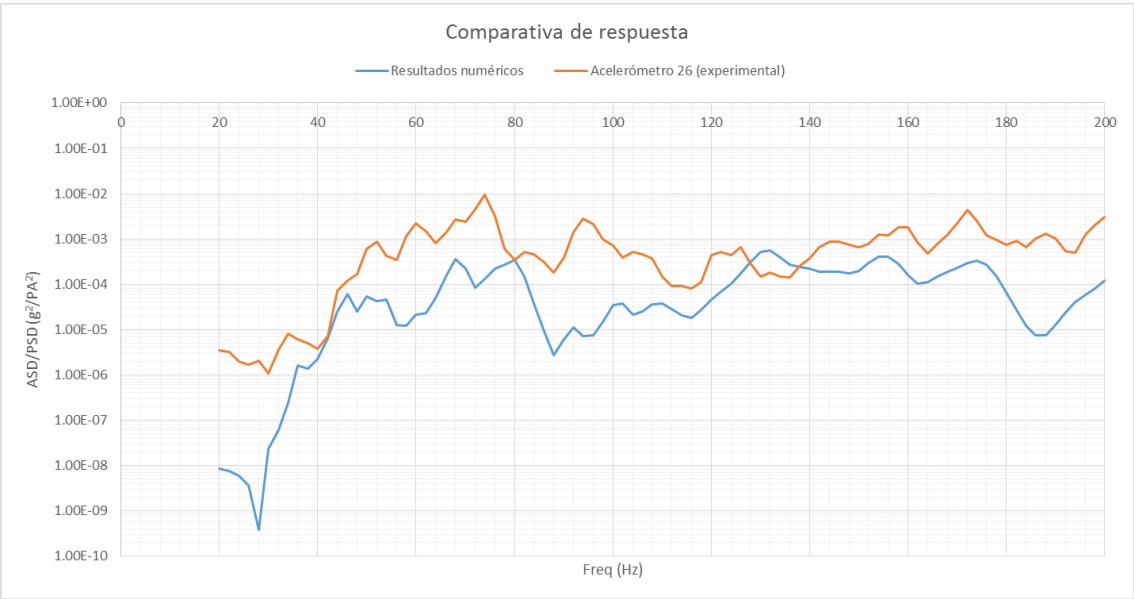


Figura 58: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 26

5.2.c Panel inferior

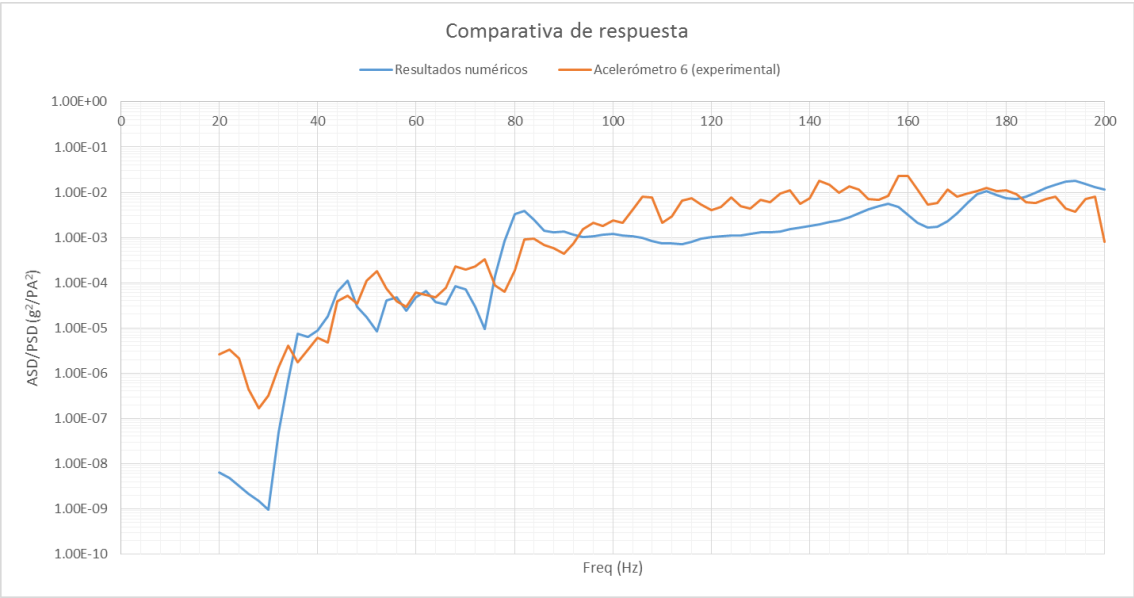


Figura 59: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 6

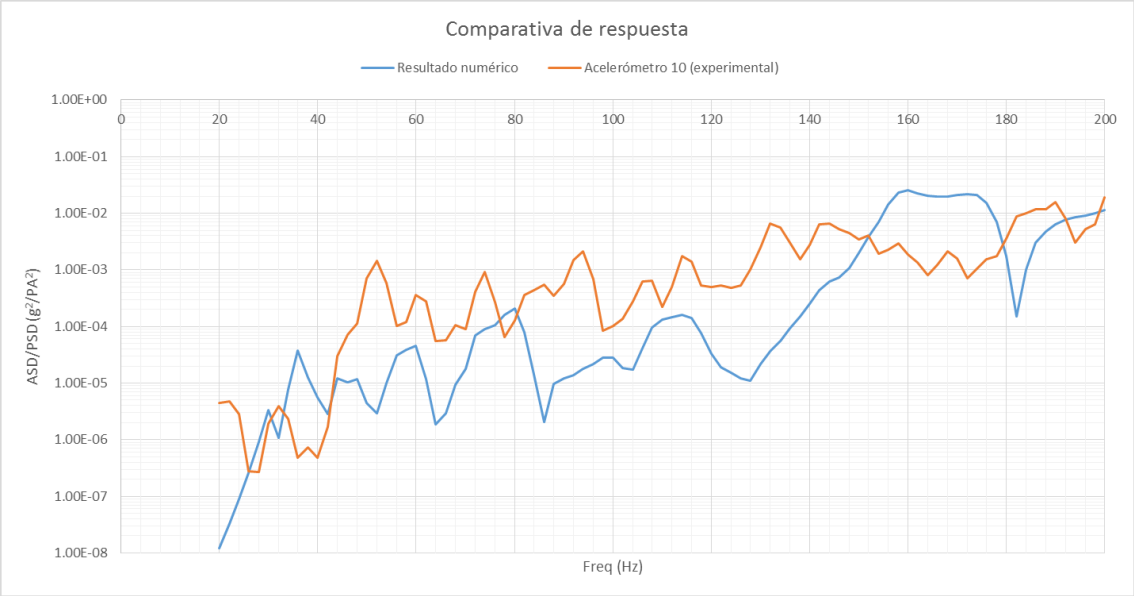


Figura 60: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 10

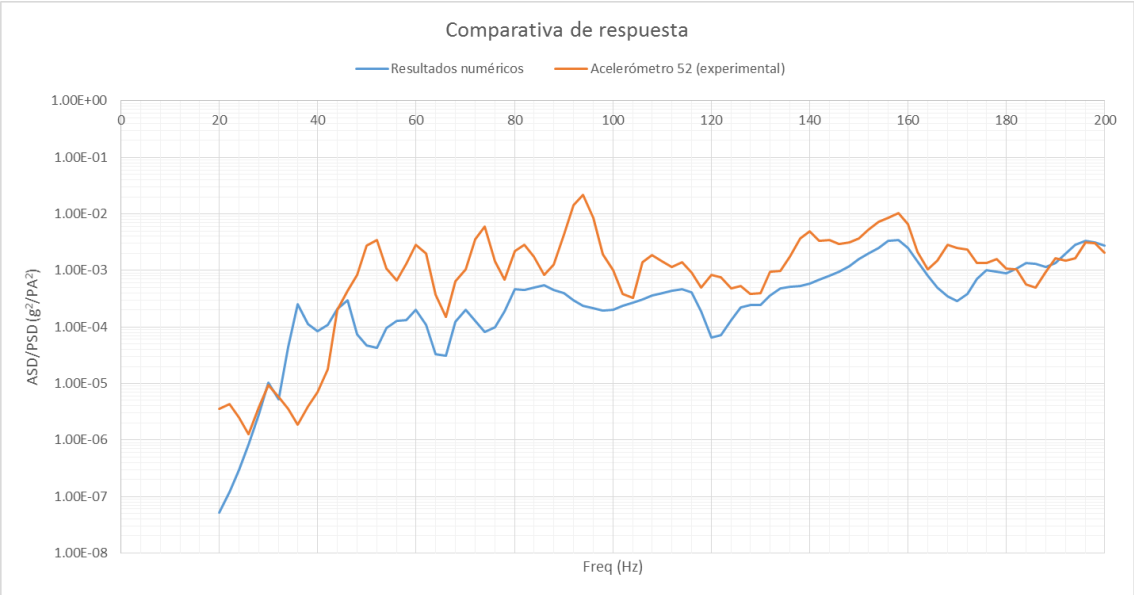
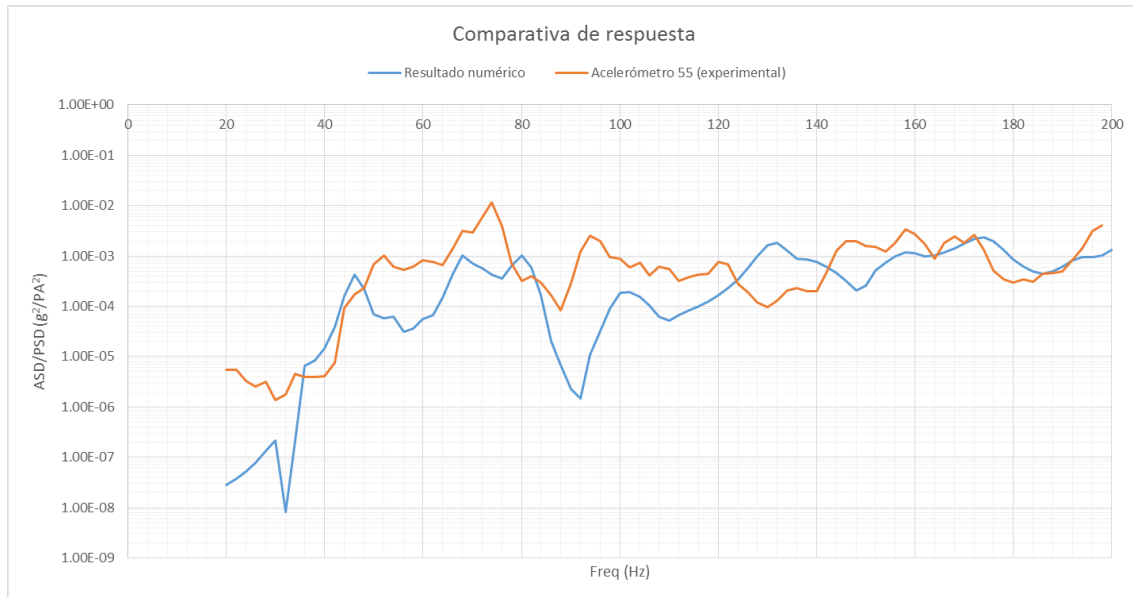


Figura 61: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 52



**Figura 62: Respuesta normalizada numérica vs. experimental para el acelerómetro 55**

### 5.3 Conclusiones

Se ha tratado de modelar un sistema con interacciones complejas entre sus componentes y con la carga introducida. Es interesante ver cómo a pesar de la alta directividad del campo se aprecia una buena correlación entre los resultados numéricos y experimentales, acaso algo peor en el panel central que en el superior e inferior. Esta peor correlación de la respuesta del panel intermedio puede tener que ver con en este caso el gap de aire se ha modelado con un único elemento en la dirección transversal.

Puede que el hecho de que se vea una buena correlación para un buen número de posiciones tenga que ver con que la directividad del campo sí es pequeña para valores bajos del rango de frecuencias estudiado. A pesar de todo, hay posiciones para las que la correlación numérico-experimental no es buena.

Otro apartado interesante es el de las diferencias de nivel en la respuesta. En el modelo numérico se ha utilizado un amortiguamiento constante en el rango de la frecuencia del 2% del crítico tanto para el fluido como para la estructura. A pesar de tratarse de un valor comúnmente utilizado, el espécimen físico probablemente muestre un nivel de amortiguamiento que no será constante con la frecuencia ni coincidirá con ese 2%. El amortiguamiento de los sistemas físicos es, sin embargo, una de las propiedades físicas más difíciles de medir en un sistema.

En la opinión del autor, si se mejora el problema con la directividad del campo, la metodología desarrollada en el proyecto presenta potencial como forma de

modelado para conseguir una buena predicción de la respuesta de sistemas vibroacústicos, máxime cuando se ha desarrollado un conjunto de herramientas que semi-automatizan los procesos de configuración del caso de carga y el post-proceso de resultados, que pueden ser fácilmente adaptadas a posibles futuras mejoras.



## 6 Apéndices

### 6.1 Tiempos de cálculo

Se da a continuación información sobre el tamaño de los modelos de elementos finitos empleados y el tiempo necesario para su resolución.

#### 6.1.a Selección del modelo de fluido

- Modelo base

GDL	2184
Versión de Nastran	2013.1
Parámetros ejecución	mode=i8 mem=max
Tiempo de cálculo	9s
CPU	Intel Core i7 4500U
RAM	8GiB

- Modelo con masas virtuales

GDL	2184
Versión de Nastran	2013.1
Parámetros ejecución	mode=i8 mem=max
Tiempo de cálculo	51s
CPU	Intel Core i7 4500U
RAM	8GiB

- Modelo de fluido

GDL	14872
Versión de Nastran	2013.1
Parámetros ejecución	mode=i8 mem=max
Tiempo de cálculo	3m:13s
CPU	Intel Core i7 4500U
RAM	8GiB

- Modelo de fluido con elementos infinitos

GDL	14872
Versión de Nastran	2013.1
Orden de interpolación radial	8
Parámetros ejecución	mode=i8 mem=max smp=4
Tiempo de cálculo	27:05
CPU	Intel Core i7 4500U
RAM	8GiB

- Modelo con fluido y elementos de absorción

GDL	27462
Versión de Nastran	2012.2
Parámetros ejecución	mem=6GB bpool=3GB smp=2
Tiempo de cálculo	5m:48s
CPU	Intel Core 2 Duo
RAM	8GiB

### 6.1.b Selección del modelo de *gap* de aire

- Modelo con fluido

GDL	26520
Versión de Nastran	2012.2
Parámetros ejecución	mode=i8 mem=6GB bpool=3GB smp=2
Tiempo de cálculo	14m:59s
CPU	Intel Core 2 Duo
RAM	8GiB

- Modelo de fluido con elementos infinitos

GDL	26520
Versión de Nastran	2012.2
Orden de interpolación radial	8
Parámetros ejecución	mode=i8 mem=6GB bpool=3GB smp=2
Tiempo de cálculo	73m:10s
CPU	Intel Core 2 Duo
RAM	8GiB

- Modelo con fluido y elementos de absorción

GDL	28396
Parámetros ejecución	mem=6GB bpool=3GB smp=2
Tiempo de cálculo	18m:16s
CPU	Intel Core 2 Duo
RAM	8GiB

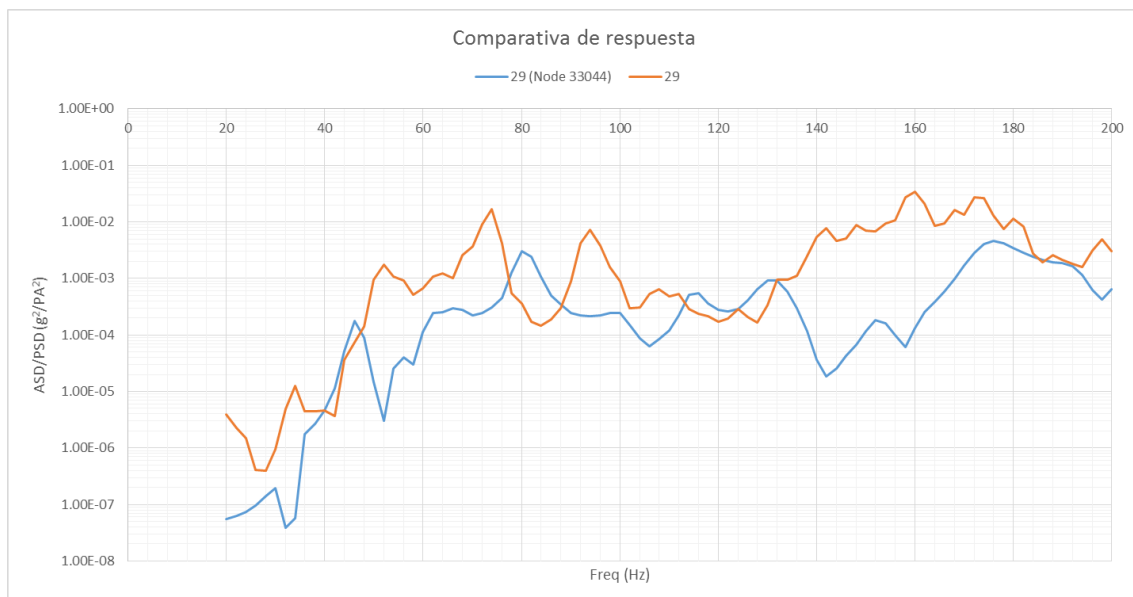
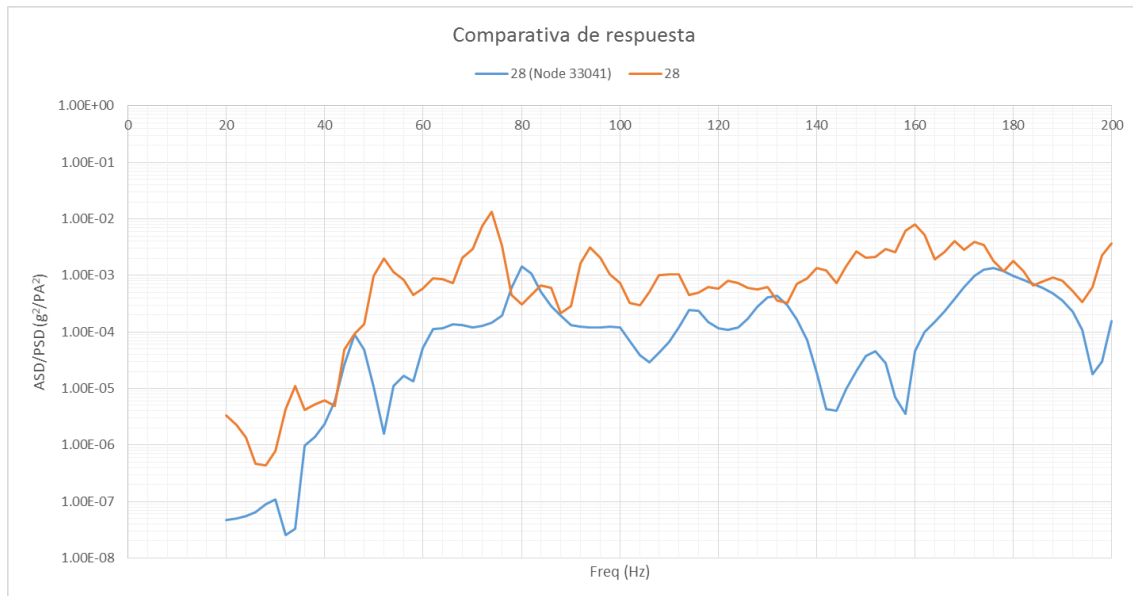
### 6.1.c Modelo de panel solar

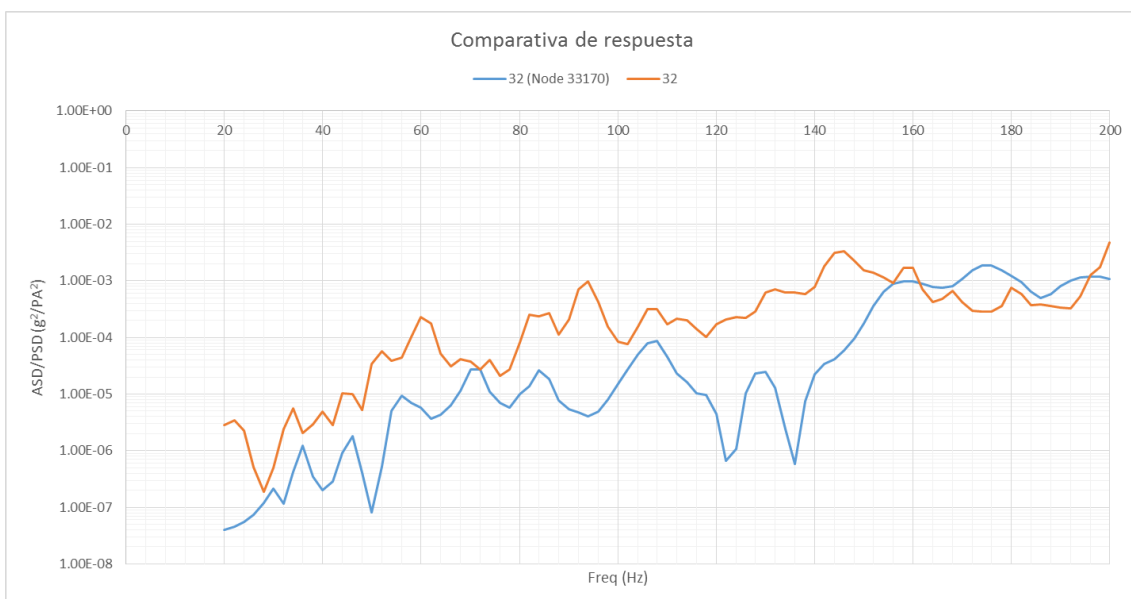
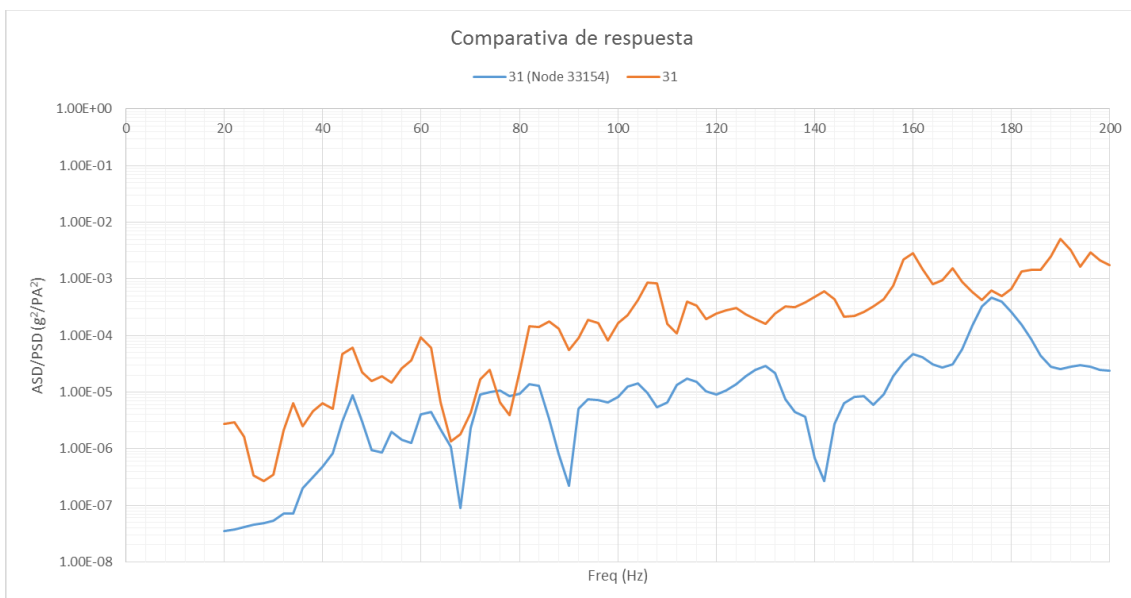
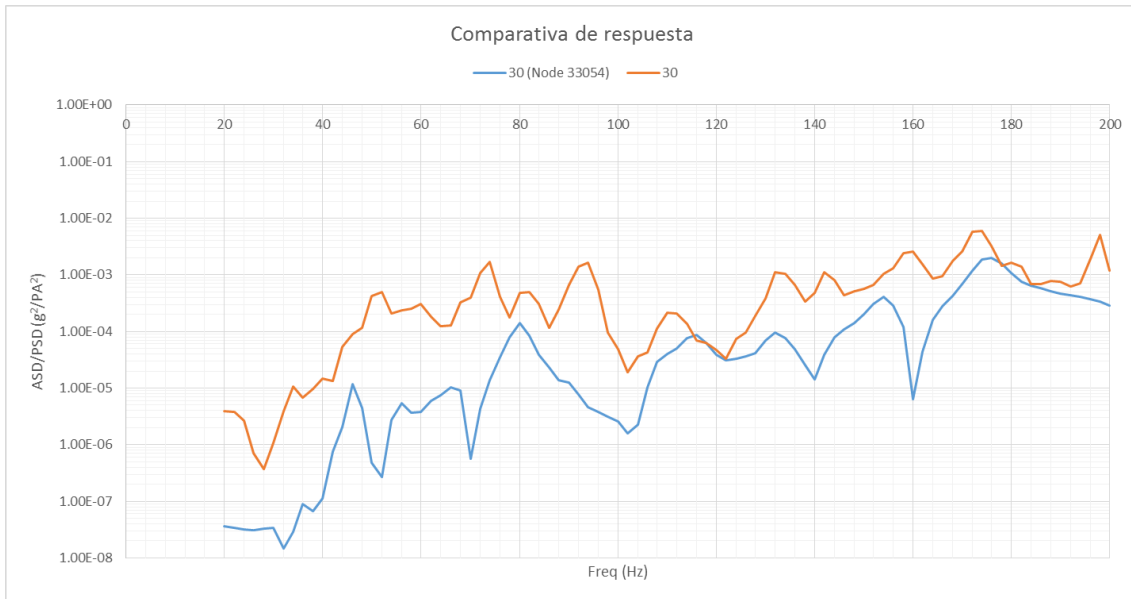
GDL	253226
Versión de Nastran	2013.1
Orden de interpolación radial	5
Parámetros ejecución	mode=i8 dmp=2 smp=4 mem=max
Tiempo de cálculo	264m:11s
CPU	Intel Xeon W5590
RAM	32GiB

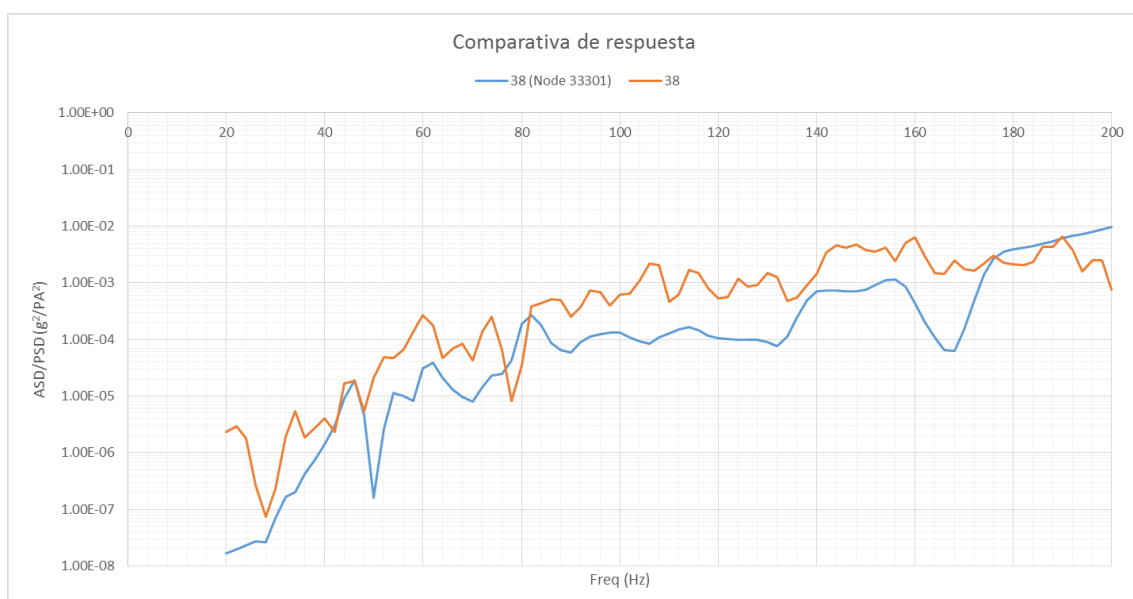
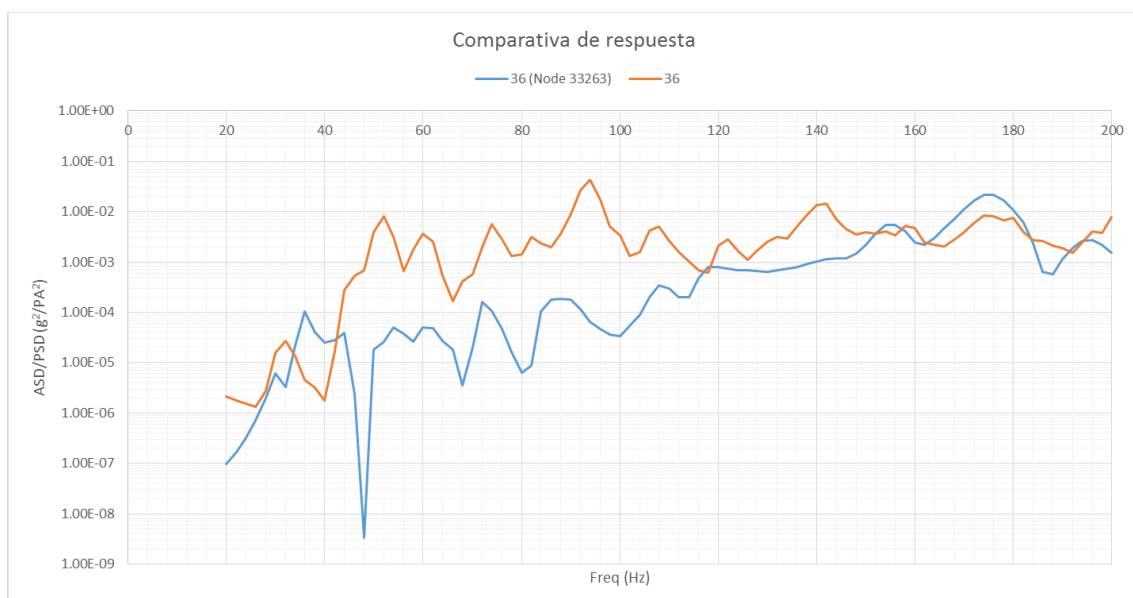
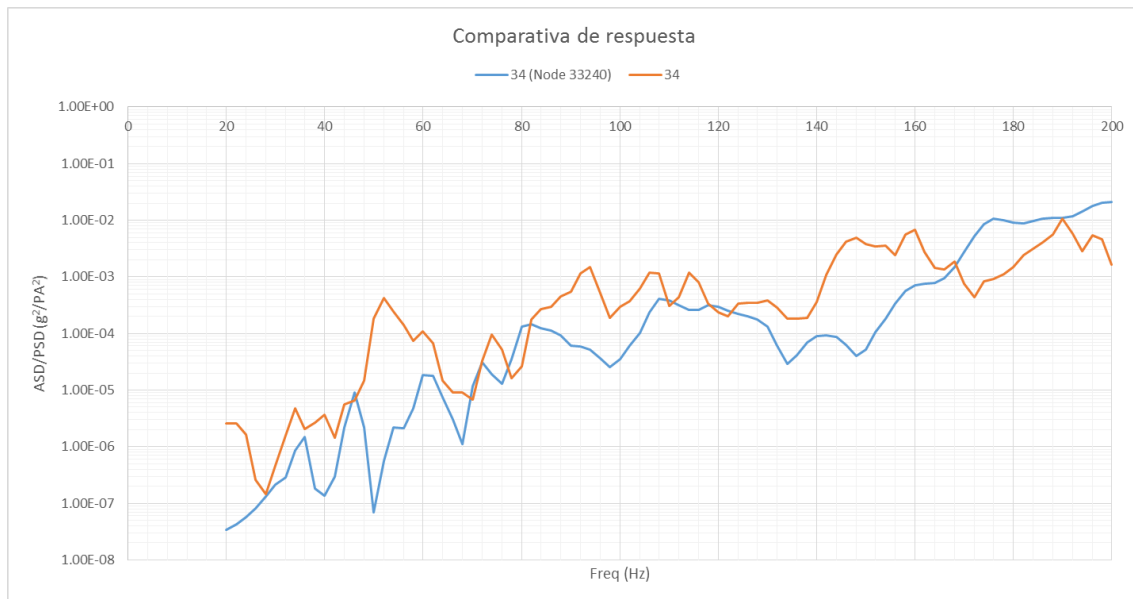
## 6.2 Respuesta en acelerómetros

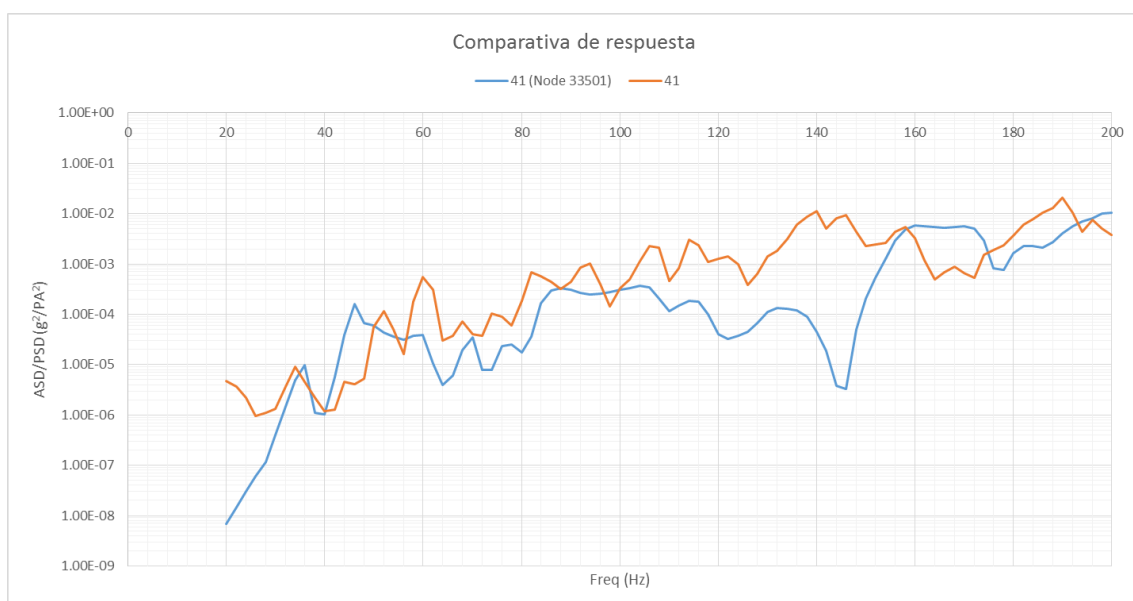
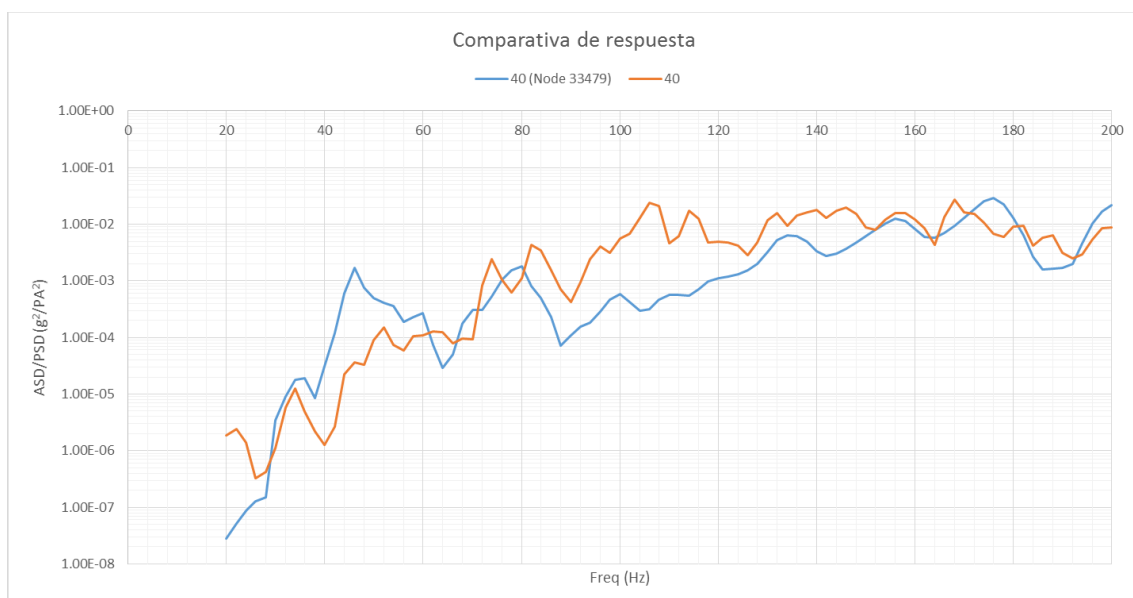
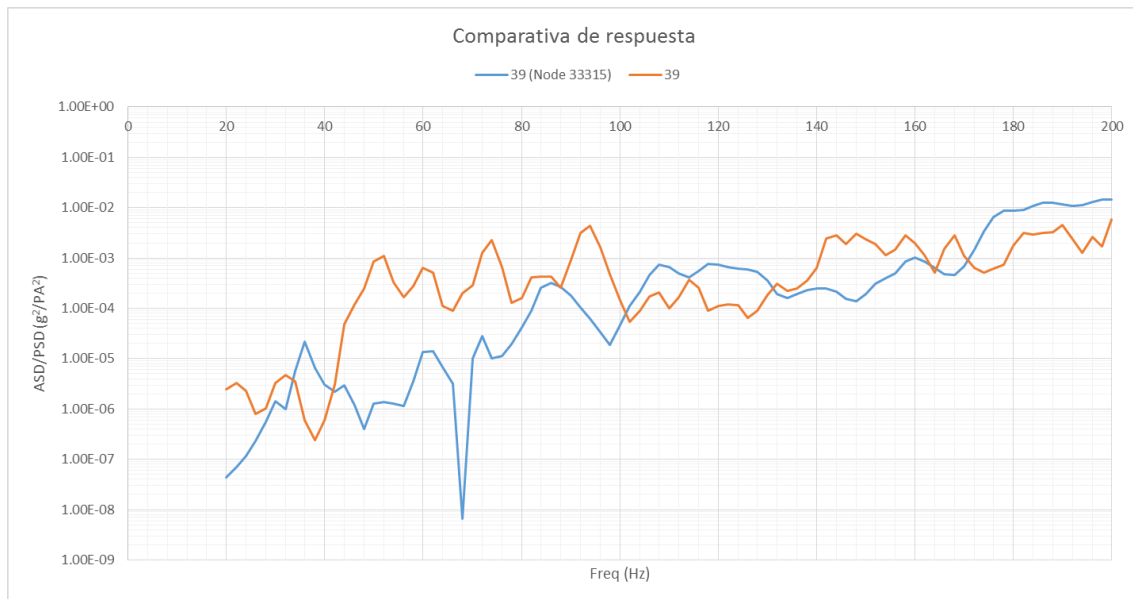
Se incluye a continuación la respuesta en más acelerómetros. Para todas las gráficas siguientes, la curva azul es la obtenida mediante simulación numérica y la naranja es la obtenida experimentalmente.

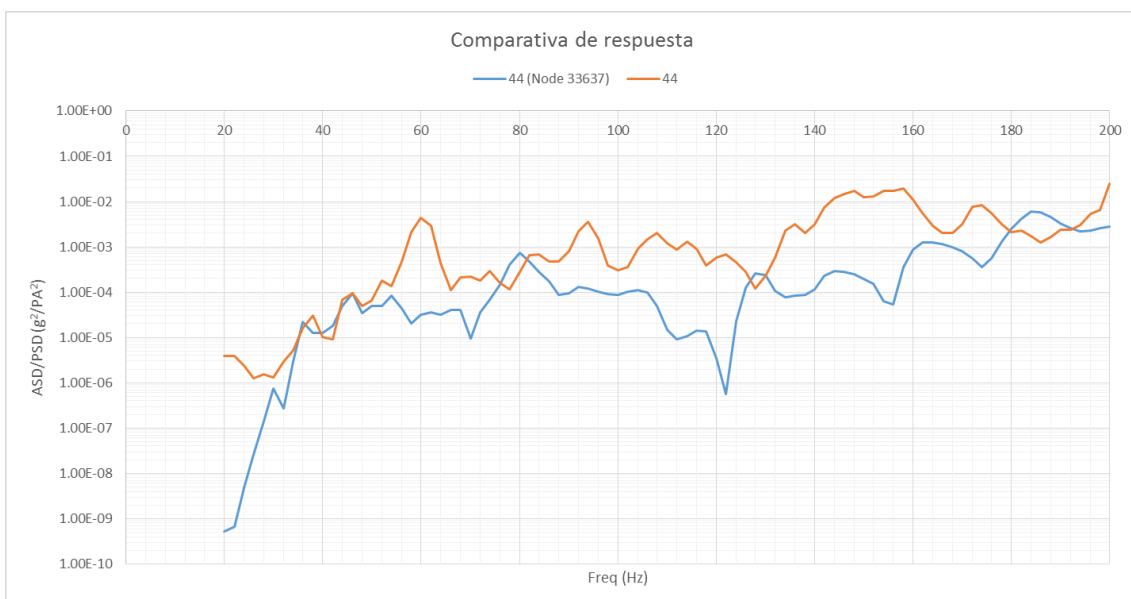
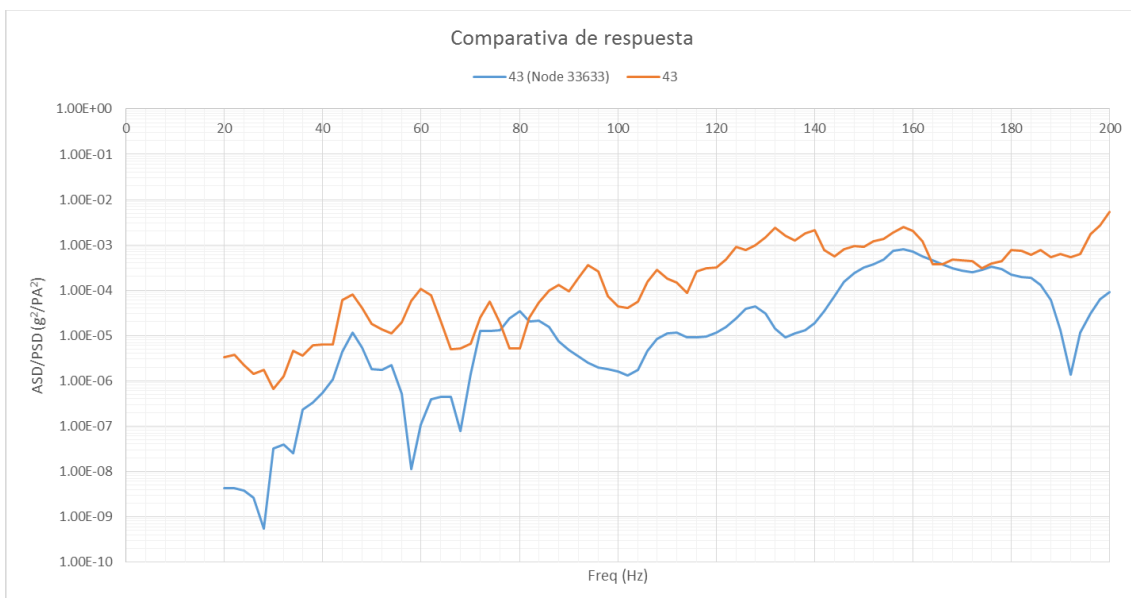
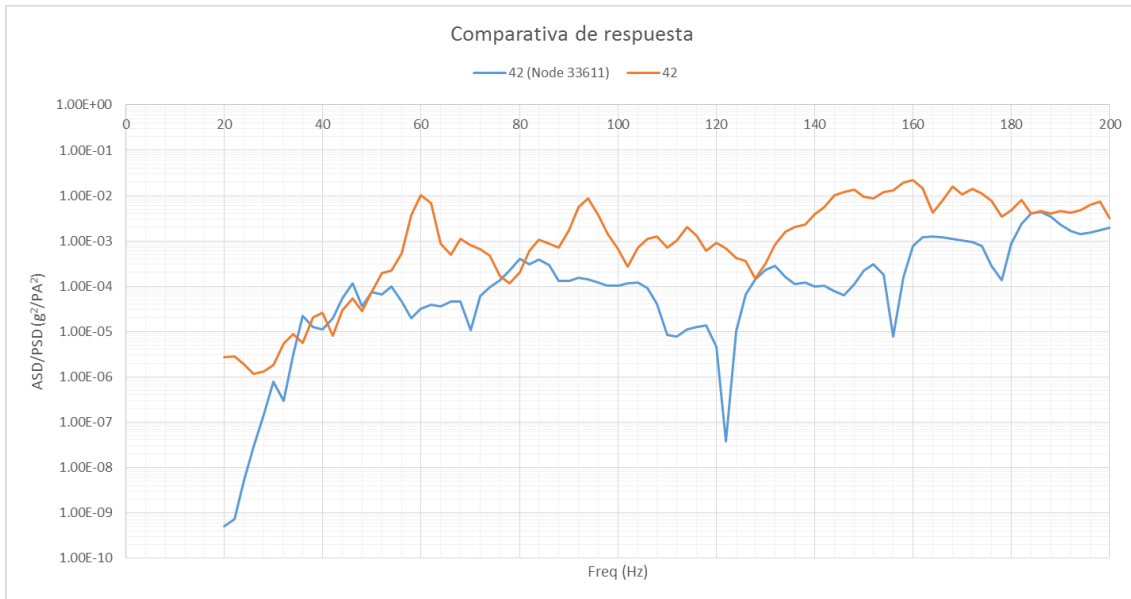
### 6.2.a Panel superior



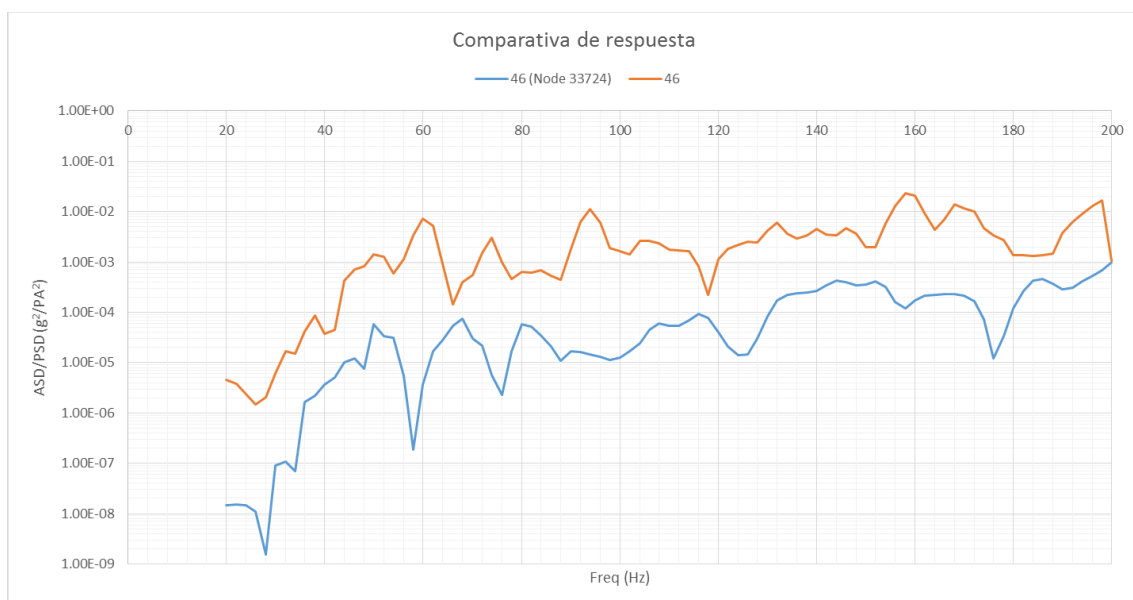
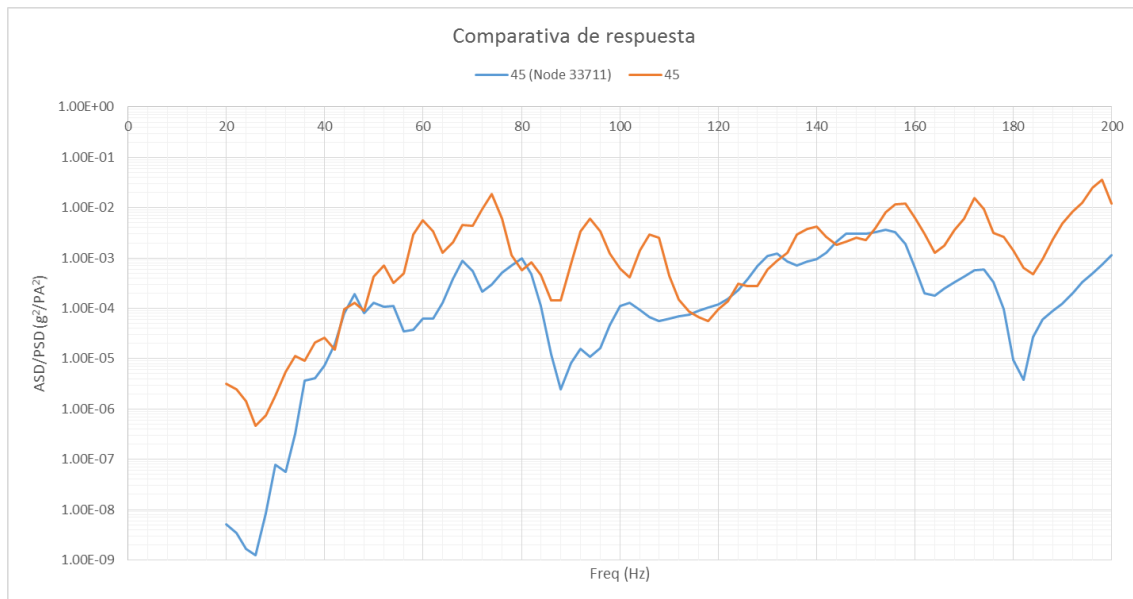




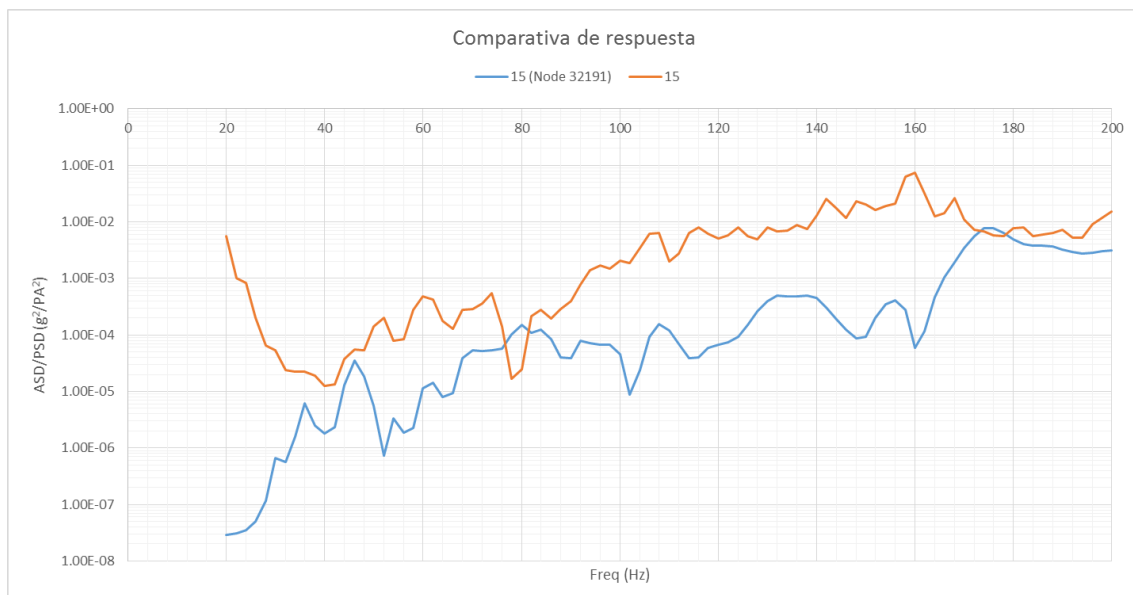
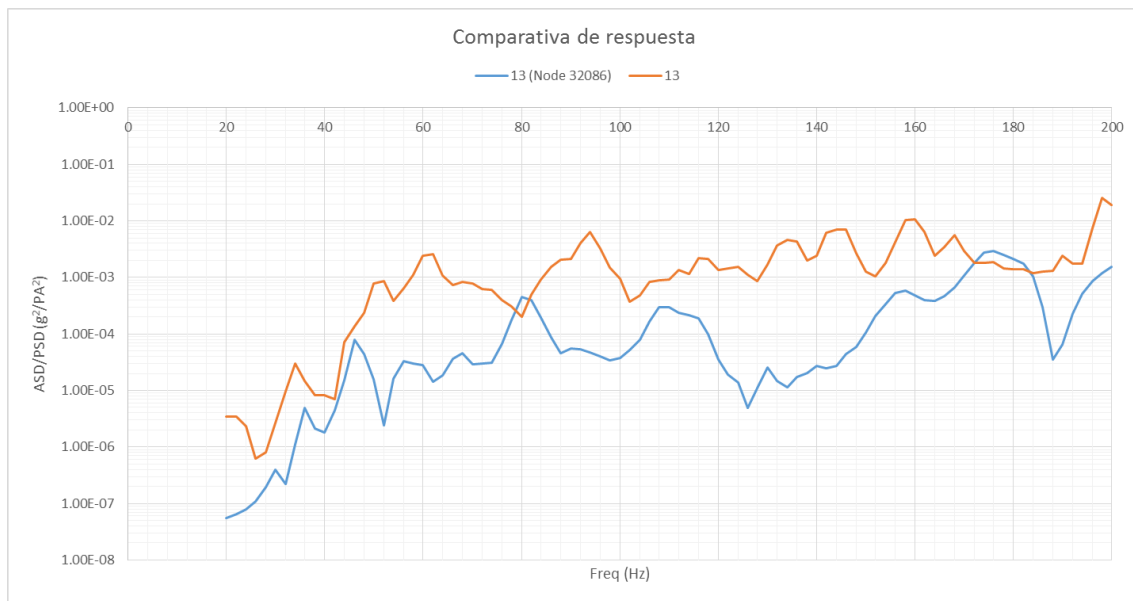


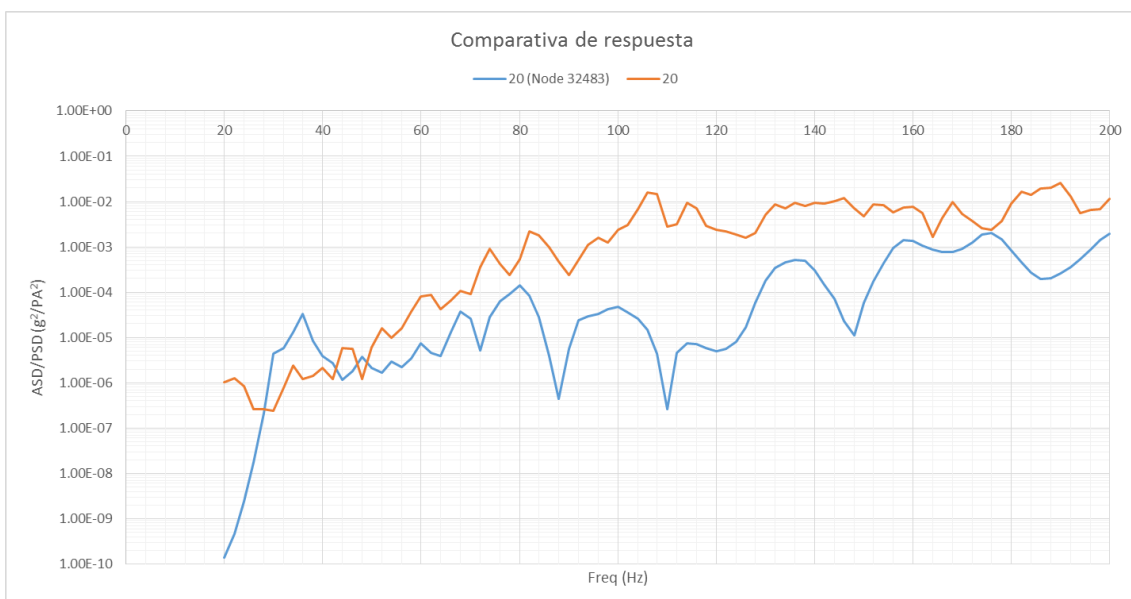
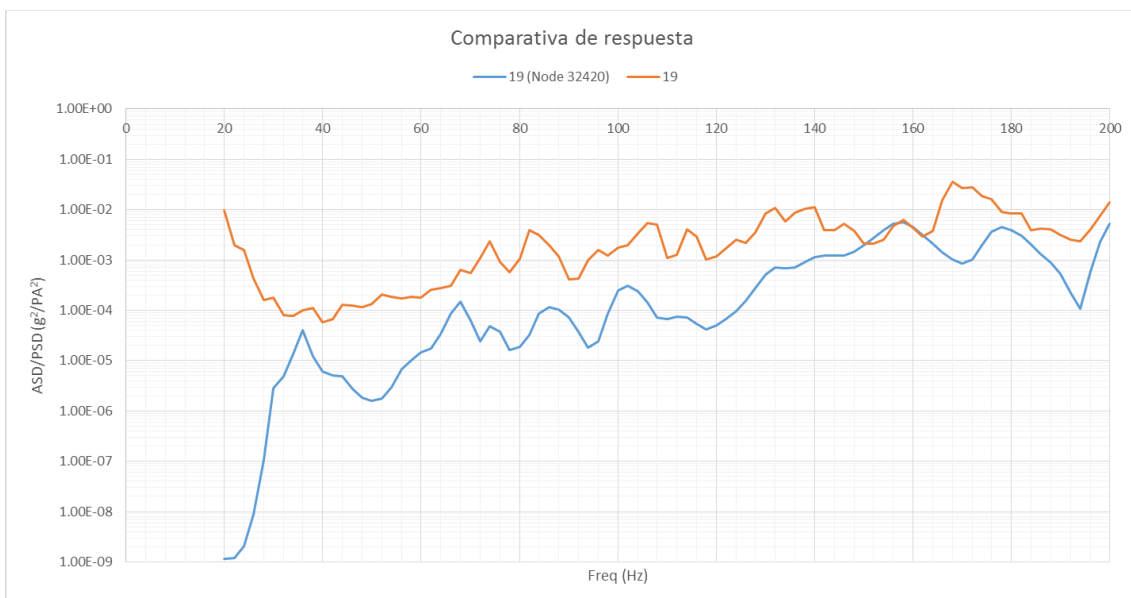
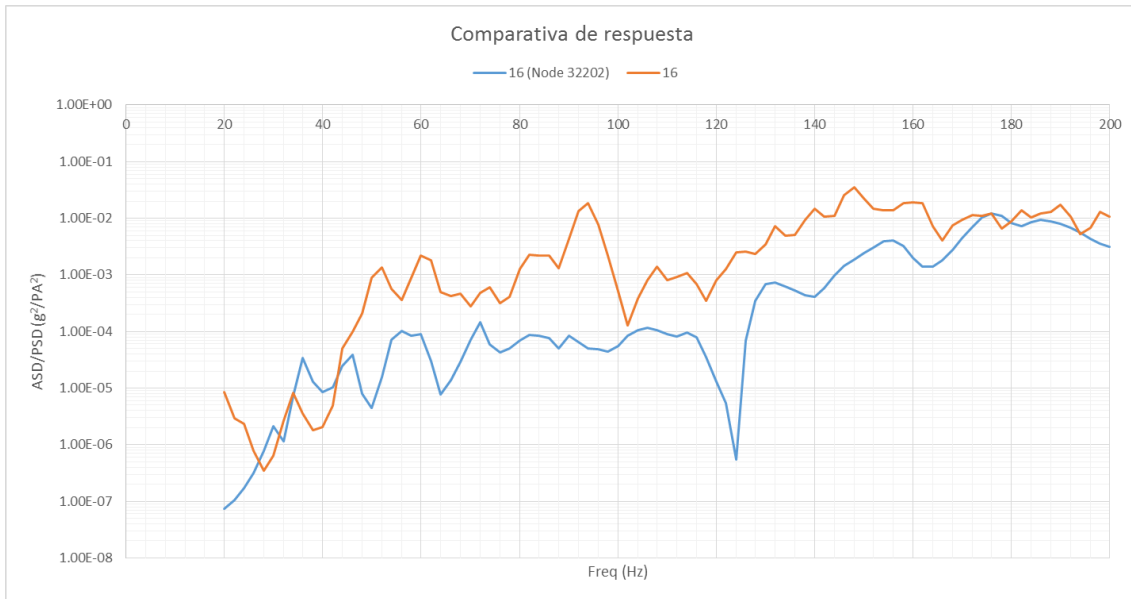


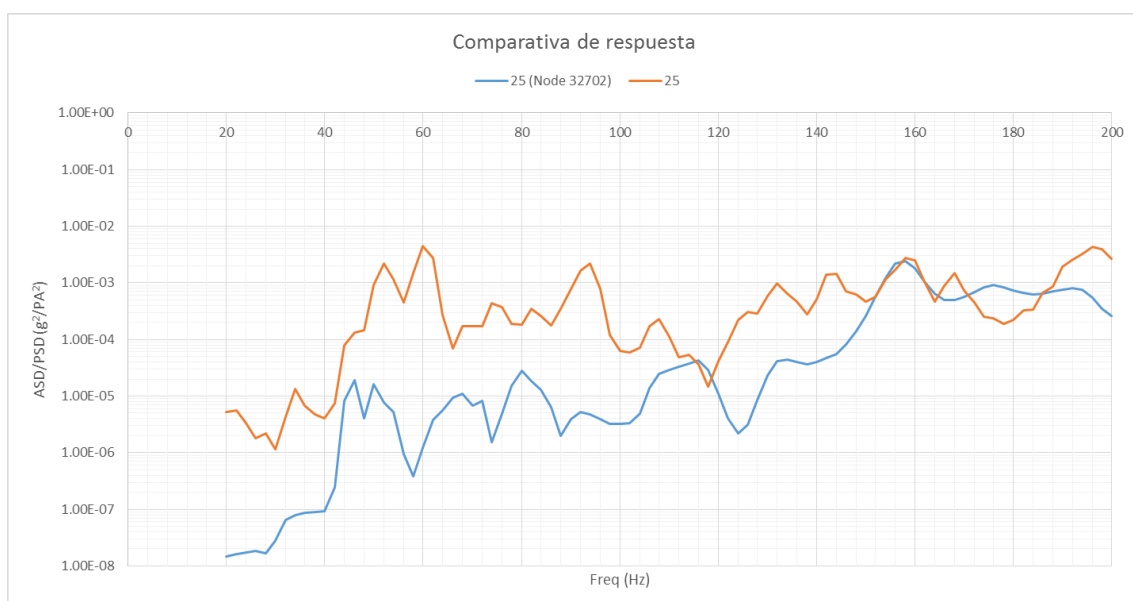
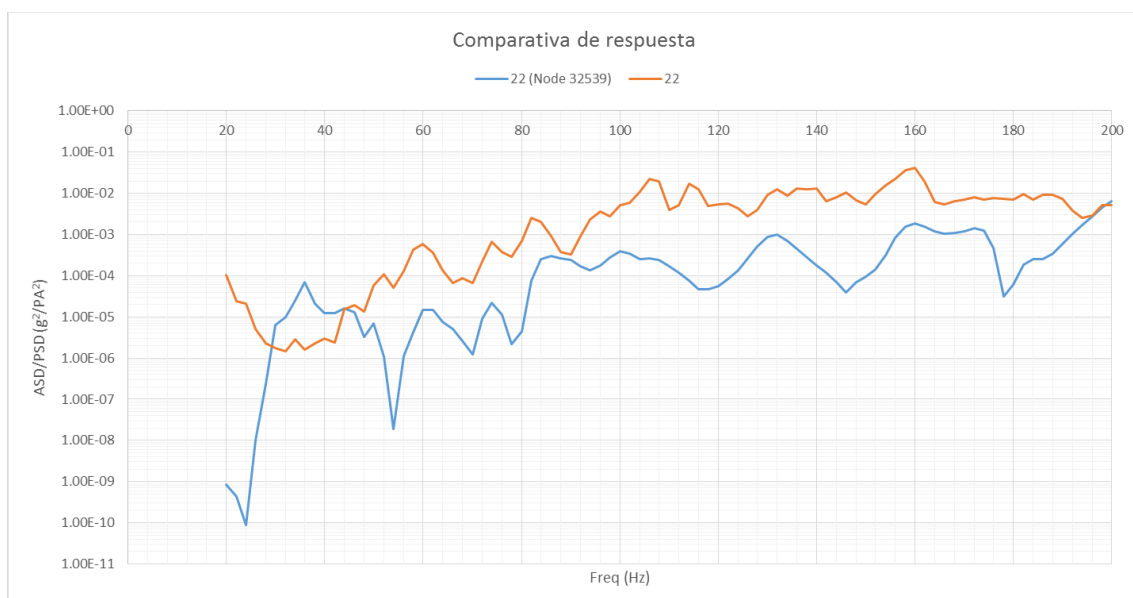
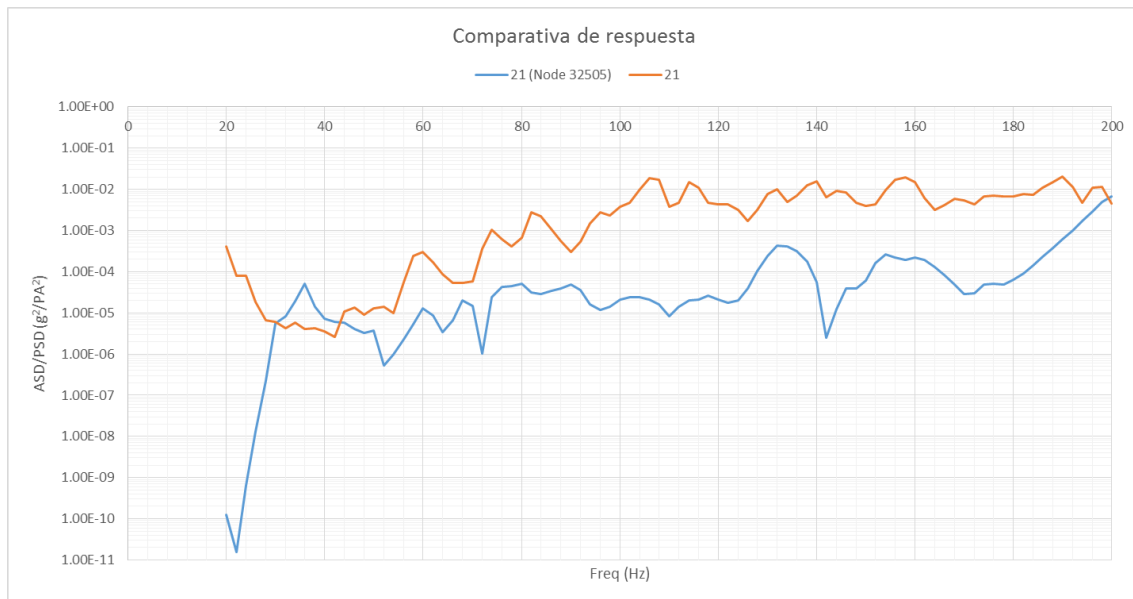


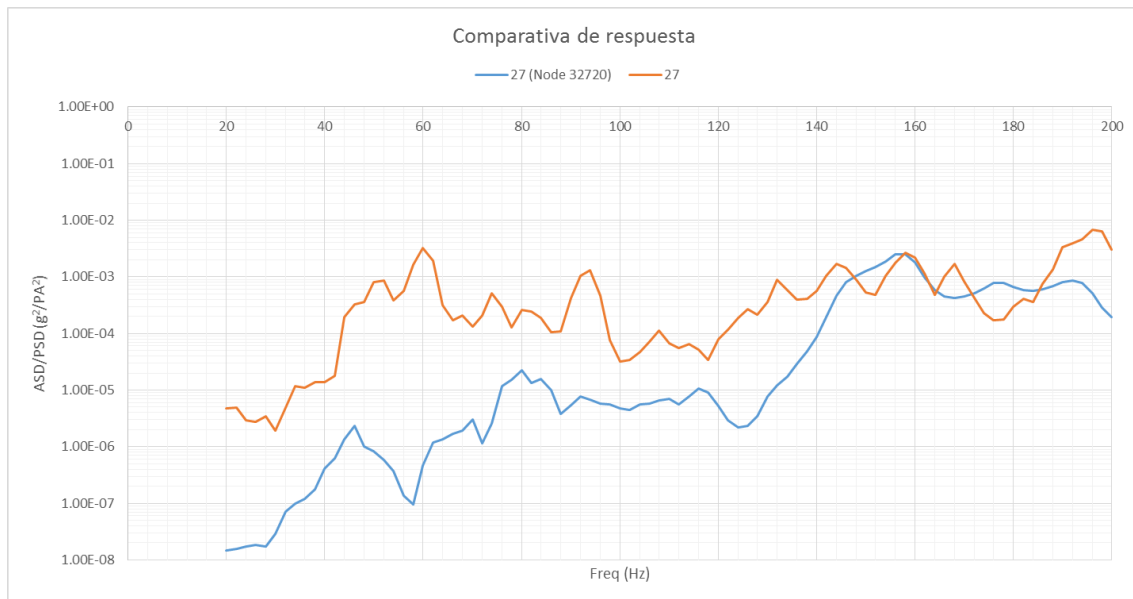


## 6.2.b Panel central

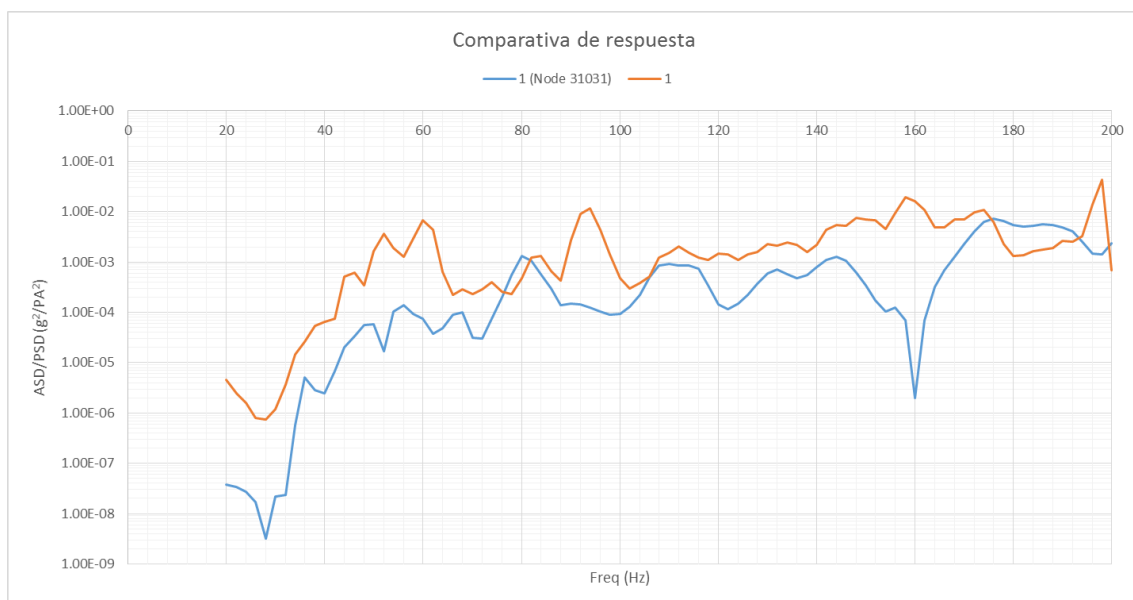


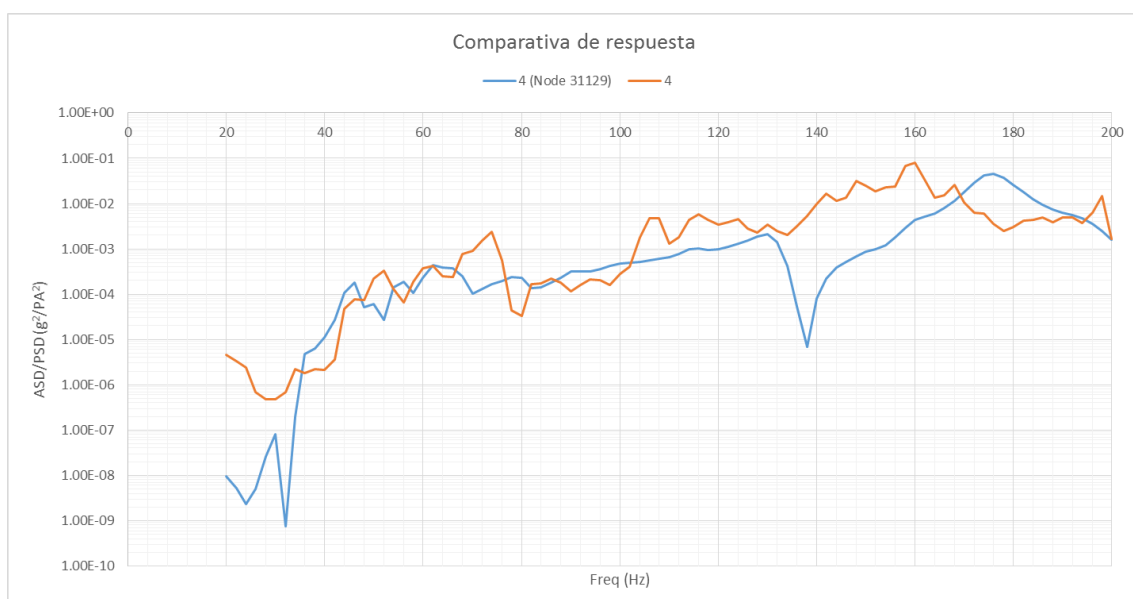
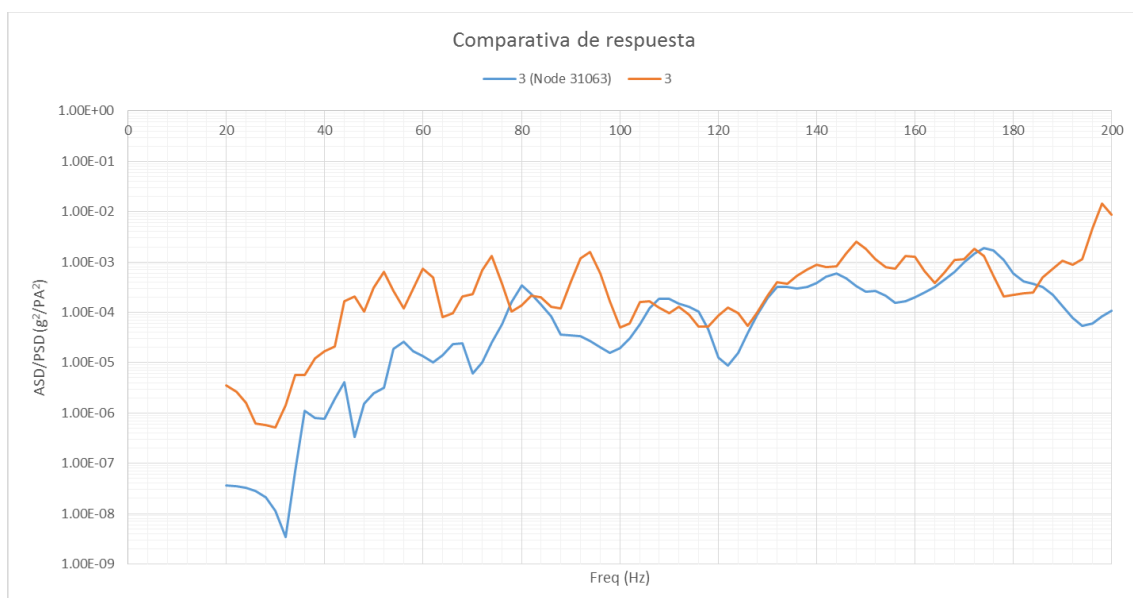
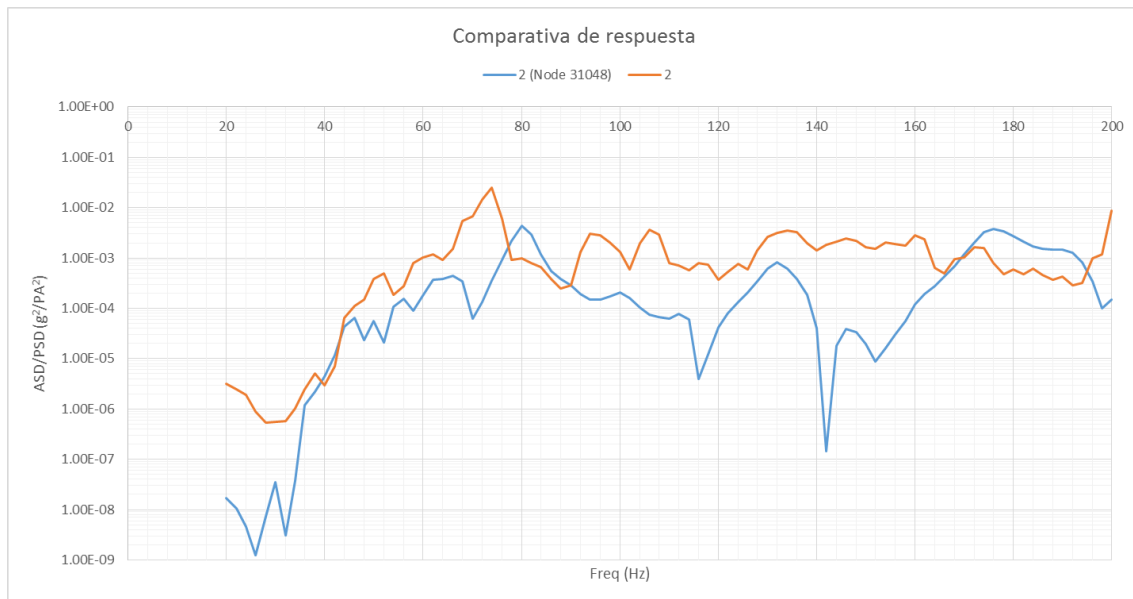


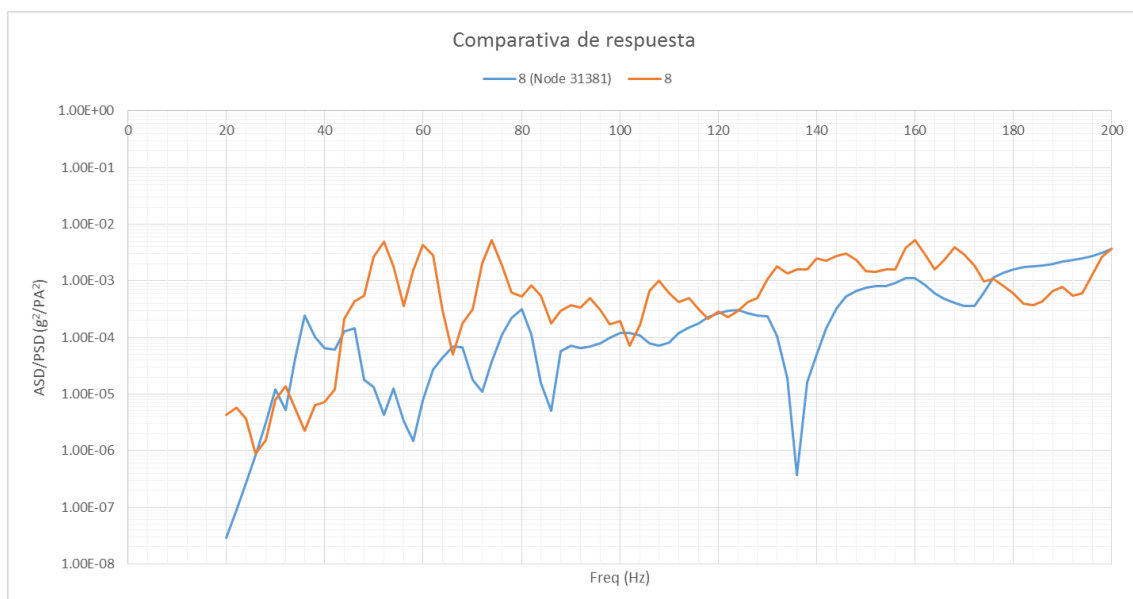
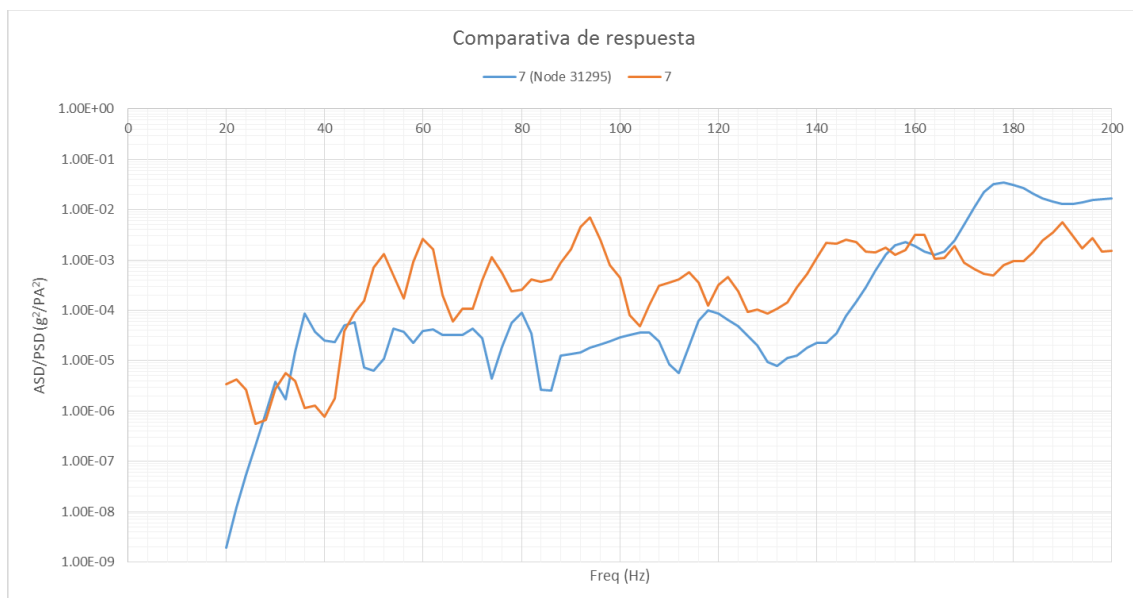
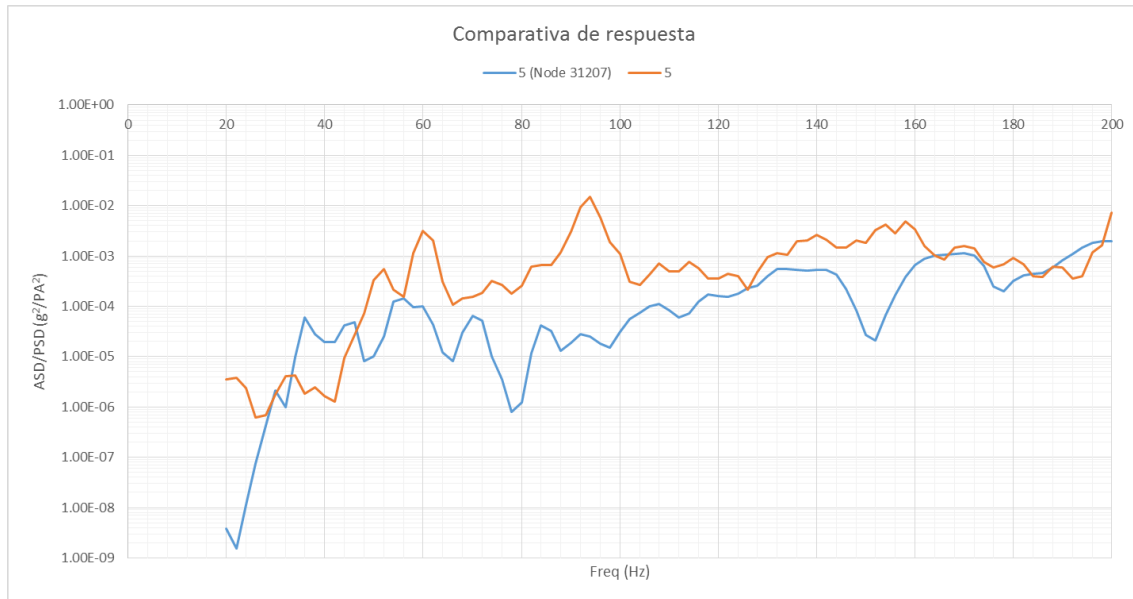


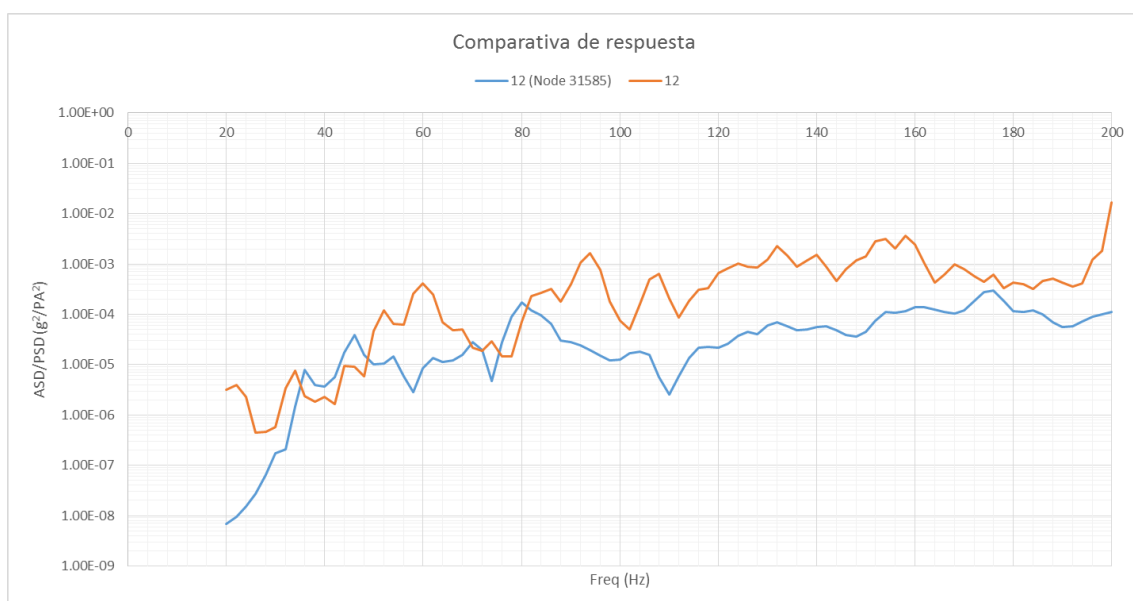
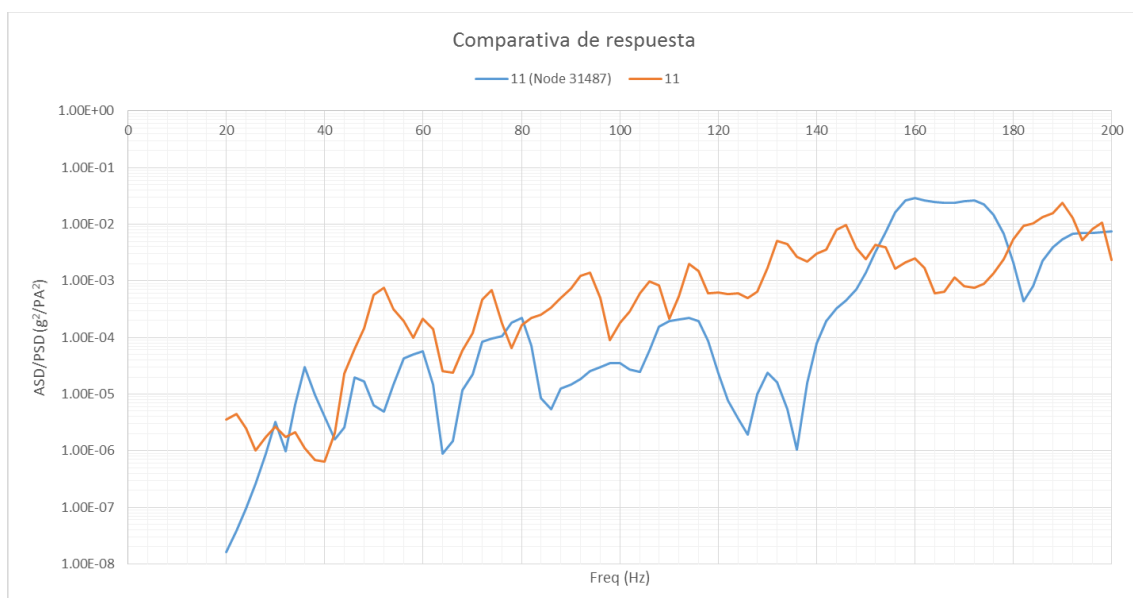
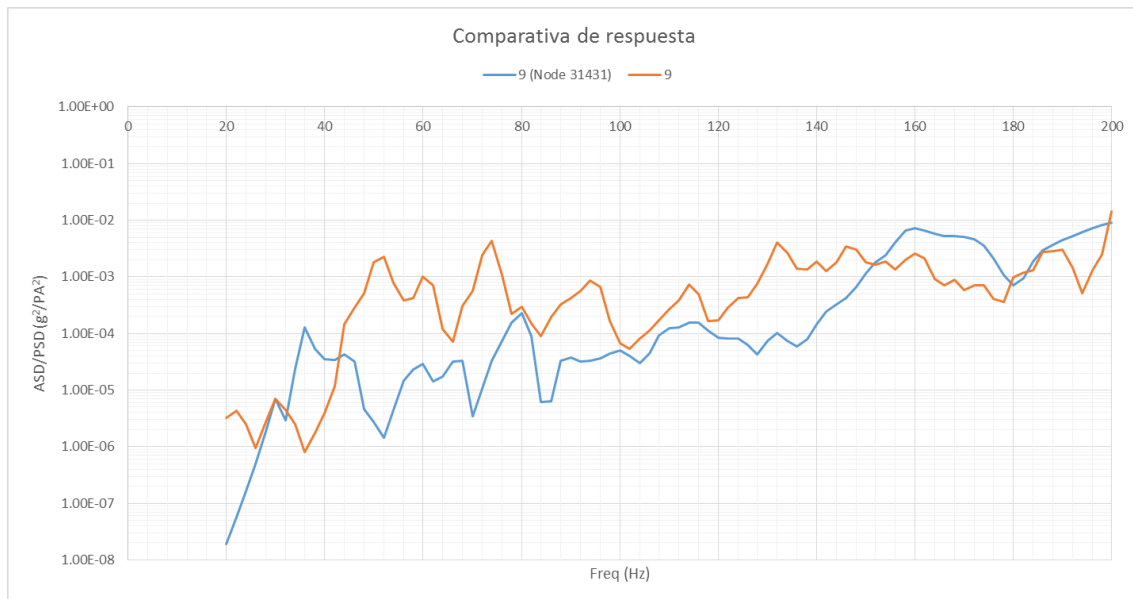


### 6.2.c Panel inferior

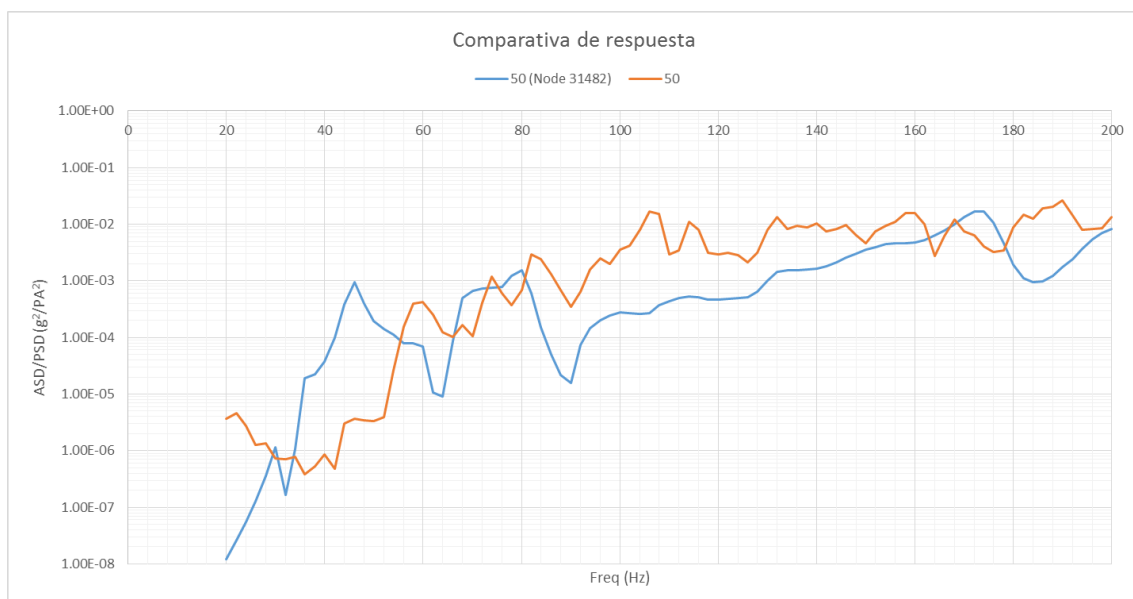
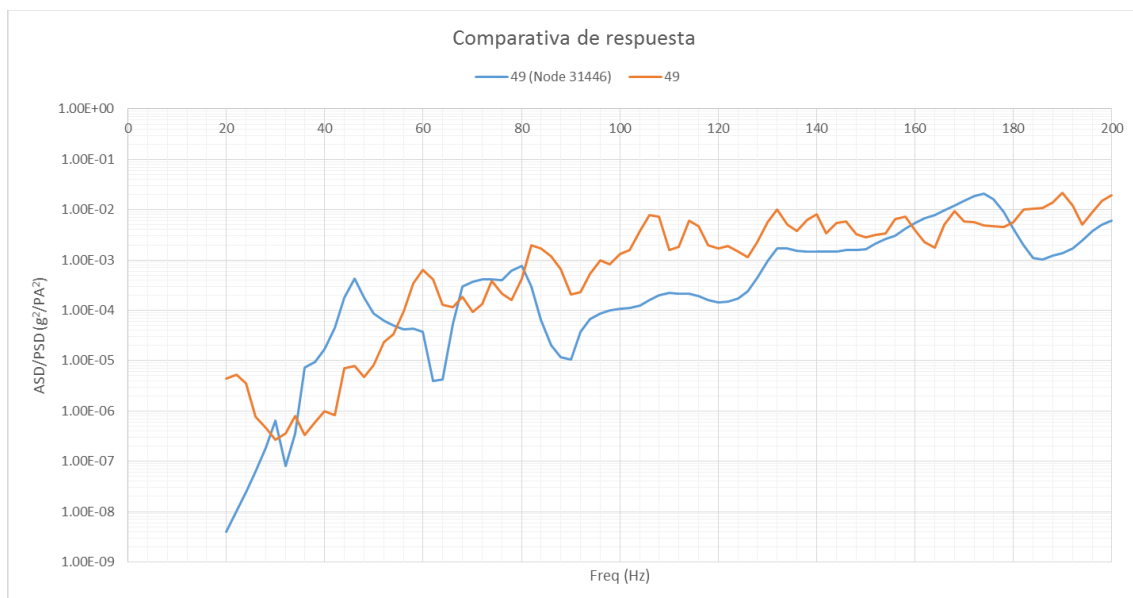
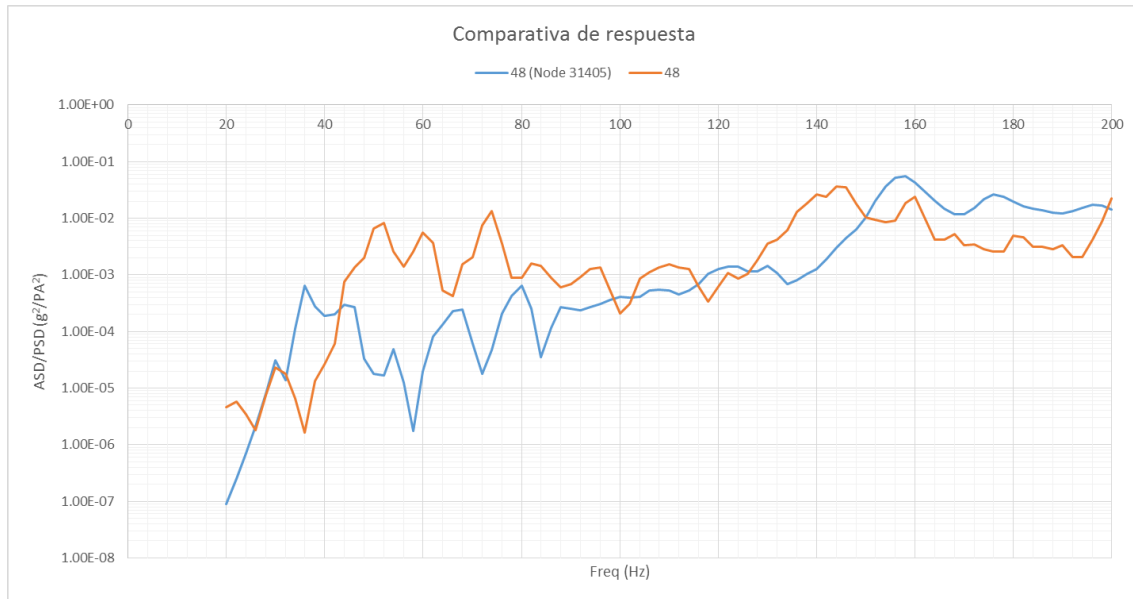


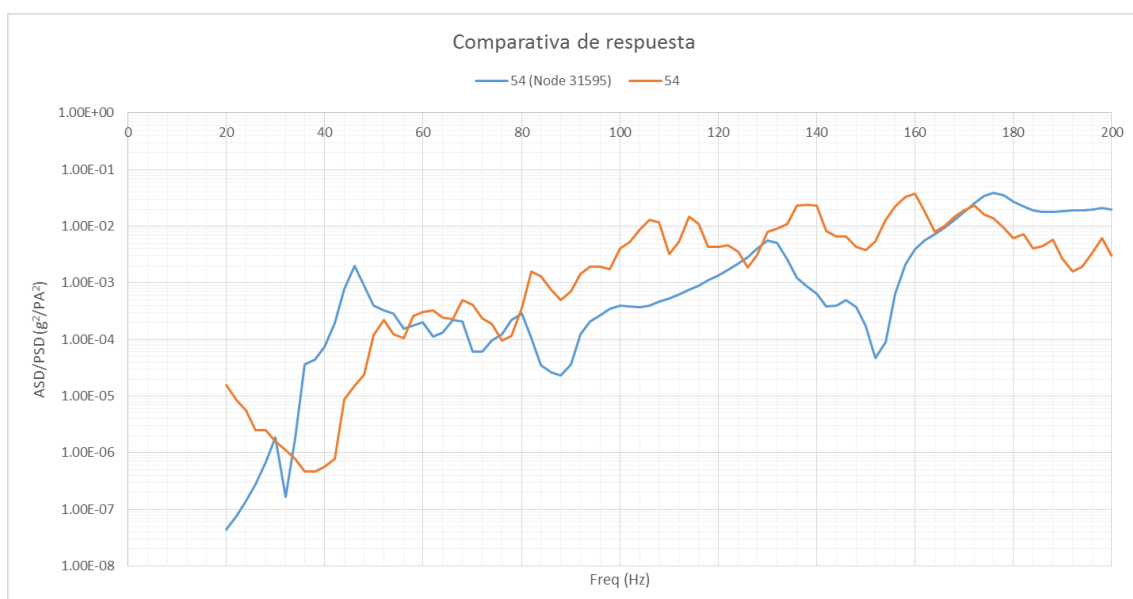
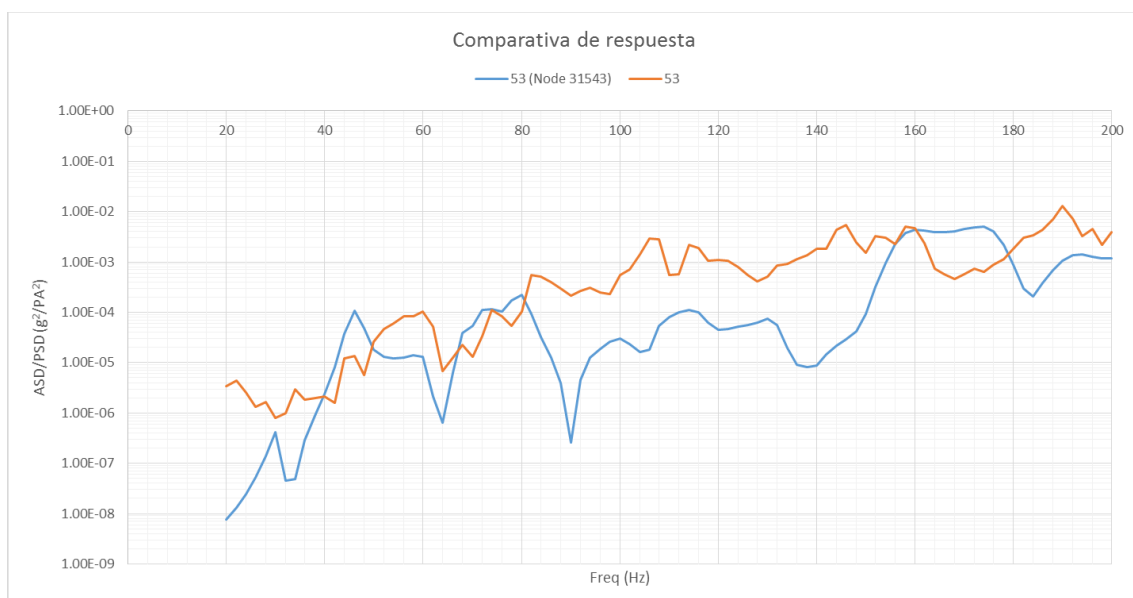
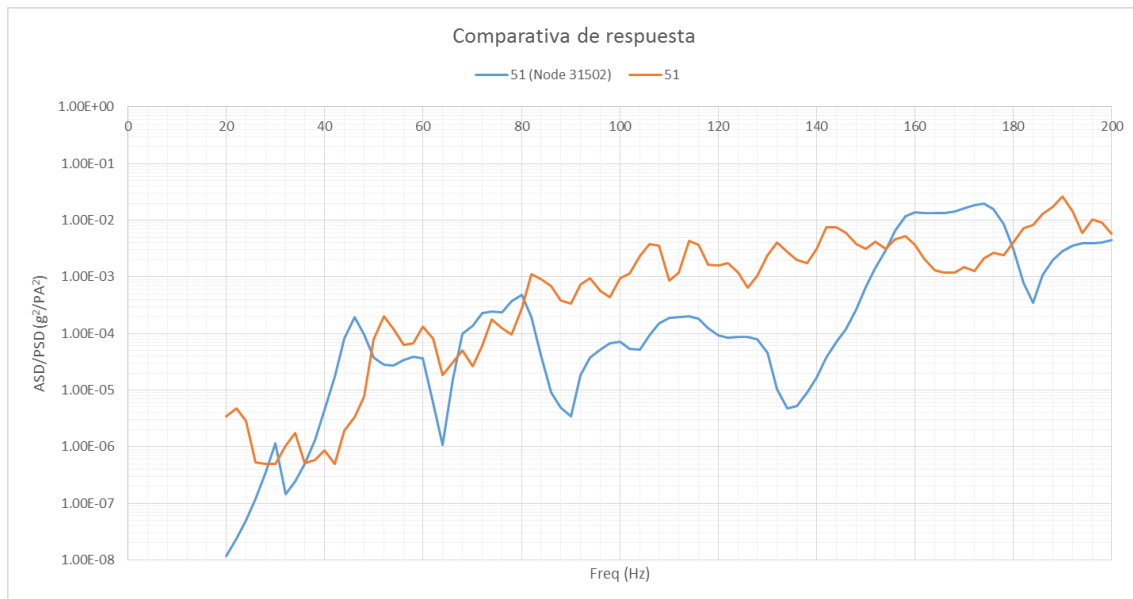












## 7 Bibliografía

1. Arianespace. Ariane 5 User's Manual Issue 5 Revision 1. Julio de 2011.
2. Free Field Technologies. *Actran 12.1 User's Guide - Volume 1: Installation, Operations, Theory and Utilities*. 12 de Enero de 2012.
3. López Díez, Jesús, Marcos Chimeno Manguán y Francisco Simón Hidalgo. *Air gap influence on the vibro-acoustic response of Solar Arrays during launch*. Sydney: ICA 2010, 2010.
4. Martínez Arnaiz, C. *Cálculo estructural: Método de los Elementos Finitos*. Madrid: ETSIA, 1998.
5. MSC Software. *MSC Nastran 2013.1 Dynamic Analysis User's Guide*. 2013.
6. *MSC Nastran 2013.1 Quick Reference Guide*. 2013.
7. *MSC Nastran 2013.1 Reference Manual*. 2013.
8. bd11acxyb1.dat en la documentación de MSC Nastran 2013.1
9. Marcos Chimeno Manguán, Elena Roibás Millán y Francisco Simón Hidalgo: *Estimation of the influence of thin air layers on structures by the use of qualitative one-dimensional models*. Braunschweig: SSMET. 2014
10. F.J. Fahy, Sound and Structural Vibration: *Radiation Transmission and Response*. Academic Press. 1985.